

N° D'ORDRE :

747.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES,

Par M. Ch. FABRY,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, PROFESSEUR AGRÉGÉ DE PHYSIQUE AU LYCÉE DE BORDEAUX.

1^{re} THÈSE. — THÉORIE DE LA VISIBILITÉ ET DE L'ORIENTATION DES FRANGES
D'INTERFÉRENCE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le

30 Mai

1892, devant la Commission d'examen.

MM. TROOST. *Président.*

LIPPMANN, } *Examineurs.*
BOUTY, }

MARSEILLE

TYPOGRAPHIE ET LITHOGRAPHIE BARLATIER ET BARTHELET

Rue Venture, 19.

1892

N° D'ORDRE :

747.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES,

Par M. Ch. FABRY,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, PROFESSEUR AGRÉGÉ DE PHYSIQUE AU LYCÉE DE BORDEAUX.

1^{re} THÈSE. — THÉORIE DE LA VISIBILITÉ ET DE L'ORIENTATION DES FRANGES
D'INTERFÉRENCE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le

30 Mai 1892, devant la Commission d'examen.

MM. TROOST, *Président*.

LIPPMANN, }
BOUTY, } *Examineurs.*

MARSEILLE

TYPOGRAPHIE ET LITHOGRAPHIE BARLATIER ET BARTHELET

Rue Venture, 19.

1892

ACADÉMIE DE PARIS

FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

	MM.	
DOYEN	DARBOUX, professeur....	Géométrie supérieure.
PROFESSEURS HONORAIRES ..	{ PASTEUR.	
	{ DUCHARTRE.	
	DE LACAZE-DUTHIERS..	Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.
	HERMITE	Algèbre supérieure.
	TROOST.....	Chimie.
	FRIEDEL.....	Chimie organique.
	O. BONNET	Astronomie.
	TISSERAND.	Astronomie.
	LIPPMANN.....	Physique.
	HAUTEFEUILLE.	Minéralogie.
	BOUTY.....	Physique.
	APPELL.....	Mécanique rationnelle.
PROFESSEURS	DUCLAUX	Chimie biologique.
	BOUSSINESQ.....	Mécanique physique et expérimentale.
	PICARD	Calcul différentiel et Calcul intégral.
	POINCARÉ	Calcul des probabilités, Physique mathématique.
	YVES DELAGE.....	Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.
	BONNIER	Botanique.
	DASTRE	Physiologie.
	DITTE	Chimie.
	MUNIER-CHALMAS.	Géologie.
	{ WOLF	Physique céleste.
PROFESSEURS ADJOINTS	{ CHATIN.....	Zoologie, Anatomie, Physiologie comparée.
	{ JOLY.....	Chimie.
SECRÉTAIRE	PHILIPPON.	

A

MONSIEUR J. MACÉ DE LÉPINAY

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE MARSEILLE

Hommage de respectueuse reconnaissance.

CH. FABRY.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552005_0016

PREMIÈRE THÈSE

THÉORIE

DE

LA VISIBILITÉ ET DE L'ORIENTATION

DES

FRANGES D'INTERFÉRENCE

INTRODUCTION

Les appareils producteurs de franges d'interférence semblent se partager en deux catégories. Les uns paraissent exiger la limitation du faisceau éclairant par une fente convenablement orientée (miroirs de Fresnel) ; ils fournissent des franges visibles à toute distance. Les autres permettent l'emploi d'une source étendue dans toutes les directions (anneaux de Newton) ; les franges auxquelles ils donnent naissance sont localisées.

La recherche de la surface sur laquelle viennent se peindre les anneaux de Newton a été abordée à deux reprises différentes par MM. Sohncke et Wangerin ⁽¹⁾. Ces auteurs sont partis d'un principe exact : pour qu'il y ait une frange nette en un point, il faut que la différence de marche des couples d'ondes que lui envoient les différents points de la source lumineuse soit la même. Mais, dans leur premier travail, ils se sont bornés à exprimer que cette condition est satisfaite pour deux couples d'ondes particuliers, sans tenir

(1) *Wied. Ann.*, t. XII, p. 1 et 201; 1881, et *Journ. de Phys.*, 2^e série, t. I, p. 140.

aucun compte de tous les autres. Dans leur second mémoire, ils ont cherché, comme cela était nécessaire, l'effet produit par tous les couples de rayons qui tombent sur l'objectif de la lunette. Leur calcul, d'ailleurs extrêmement compliqué, devait les conduire à cette conclusion qu'il est en général impossible de donner une netteté parfaite aux franges en modifiant le tirage de la lunette. Ils ont cherché, toutefois, pour quel tirage de la lunette les franges étaient le moins troubles possible. Ce résultat ne répond, dans bien des cas, à aucun phénomène observable, car il est souvent impossible d'apercevoir les franges en laissant l'objectif de la lunette complètement découvert. D'ailleurs, si le résultat est exact avec un objectif dont l'ouverture est circulaire, il ne le sera plus avec une ouverture de forme différente, rectangulaire par exemple. Les mêmes critiques sont applicables aux travaux de M. Gumlich ⁽¹⁾, de M. Feussner ⁽²⁾ et de M. A. W. Flux ⁽³⁾.

M. Macé de Lépinay s'est proposé de chercher les conditions dans lesquelles il faut se placer pour obtenir une *netteté parfaite* des franges ⁽⁴⁾. Il a montré qu'il est en général nécessaire de n'utiliser de la source que les points situés sur une droite, absolument comme avec les miroirs de Fresnel ou le biprisme ; cette droite étant donnée, les franges sont localisées, mais en un point qui dépend de son orientation. Ce n'est que dans certains cas très particuliers que la fente peut être supprimée ; on obtient alors des franges localisées avec une source lumineuse étendue dans tous les sens.

J'ai montré de mon côté que les franges des miroirs de Fresnel ⁽⁵⁾, qui sont visibles à toute distance dans les conditions où on les observe habituellement, peuvent être localisées lorsqu'on s'écarte de ces conditions particulières ; les phénomènes sont alors absolument analogues à ceux que présentent les lames minces.

(1) *Wied. Ann.*, t. XXVI, p. 337 ; 1885.

(2) *Wied. Ann.*, t. XIV, p. 545 ; 1881, et *Journ. de Phys.*, 2^e série, t. I, p. 186.

(3) *Phil. Mag.* Mars 1890. — Ce travail ne diffère du deuxième mémoire de MM. Sohneke et Wangerin que par quelques détails de calcul.

(4) *Journ. de Phys.* Mars et avril 1890.

(5) Comptes-rendus des séances de l'Académie des Sciences. Mars 1890.

Il semble naturel, d'après ces premiers résultats, de penser que les deux classes d'appareils interférentiels obéissent exactement aux mêmes lois, et que les phénomènes découverts par M. Macé de Lépinay dans le cas particulier des lames minces doivent se produire avec tout autre appareil interférentiel. C'est ce que nous avons montré dans un travail récent, M. Macé de Lépinay et moi-même (1). Les théorèmes démontrés dans notre travail devant être constamment utilisés dans celui-ci, je crois utile d'en donner les principaux résultats.

Le principe qui nous a servi de point de départ est le suivant. Imaginons pour un instant que la source éclairante se réduise à un point lumineux unique S. Si nous introduisons un écran dans la partie commune aux deux faisceaux, nous verrons s'y dessiner un système de franges qui sera parfaitement net, car la différence de marche des deux mouvements vibratoires qui, issus de S, se croisent en un point quelconque de l'écran, varie de l'un à l'autre, mais est unique pour chacun d'eux. C'est, d'ailleurs, ce que l'expérience vérifie directement.

Supposons, par contre, que la source soit étendue. A chacun des points lumineux, *indépendants les uns des autres*, qui la constituent, correspondra en général, sur l'écran, un système particulier de franges. Tous ces systèmes de franges empiétant les uns sur les autres, le résultat sera, en général, de donner à l'écran un éclat sensiblement uniforme. Les franges seront par suite invisibles, à moins que l'on ne se place dans des conditions particulières que nous nous sommes proposé de déterminer.

Pour que les franges soient parfaitement nettes, il faut que, pour tous les points utiles de la source, la différence de marche que présentent les couples de rayons correspondant à chacun d'eux, et qui se croisent au point central M de l'écran considéré, reste la même. Si cette condition est en effet satisfaite pour le point M de l'écran, elle le sera sensiblement pour les points voisins. L'écran sera alors recouvert d'un système de franges présentant en M un maximum de netteté.

(1) *Journ. de Phys.* Janvier 1891.

L'application de ce principe se trouve singulièrement simplifiée par l'établissement du théorème suivant ⁽¹⁾ :

Etant donné un point S qui, par l'effet d'un appareil interférentiel, donne naissance à deux systèmes d'ondes qui se croisent en un point M avec une certaine différence de marche, il existe deux droites conjuguées SS_1 , MM_1 , sur lesquelles on peut déplacer les points S et M sans altérer cette différence de marche.

Les deux droites conjuguées sont d'ailleurs déterminées de la manière suivante: Soient $S\sigma \dots \mu M$ et $S\sigma' \dots \mu' M$, les deux rayons envoyés par le point S au point M; la droite SS_1 est bissectrice de l'angle $S\sigma$, $S\sigma'$, et la droite MM_1 est bissectrice de l'angle $M\mu$, $M\mu'$. A cause de ces propriétés, nous appellerons *rayon moyen* envoyé par le point S au point M un rayon dont la direction initiale serait SS_1 et la direction à l'arrivée, MM_1 .

On voit, de plus, que *la différence de marche est complètement déterminée, si l'on se donne la position de la droite MM_1 , sans qu'il soit nécessaire de spécifier quelle est la position du point S sur SS_1 ni celle de M sur MM_1 .*

Nous supposons, pour simplifier l'exposition, que l'on observe les franges au moyen d'un instrument d'optique quelconque, microscope, lunette, ou même œil, susceptible de se déplacer parallèlement à lui-même, de telle sorte que son axe optique reste fixe dans l'espace. Nous cherchons s'il est possible, et dans quelles conditions, de trouver sur cet axe optique un point M tel que les franges, vues dans l'instrument d'observation, réglé pour viser ce point, présentent une netteté parfaite.

Nous avons établi à cet effet le théorème suivant :

Pour que les franges soient nettes, il est, en général, nécessaire que la source éclairante soit réduite à une fente étroite. La position sur l'axe optique du point M que l'on doit viser est d'ailleurs variable avec l'orientation de la fente.

(1) Voir pour la démonstration le mémoire original.

Nous nous sommes appuyés, à cet effet, sur la remarque suivante :

Les diverses directions MM_1 , passant par M, correspondant aux divers points de la source que nous avons à considérer, sont toujours très voisines de l'axe optique. Elles sont telles, en effet, que les rayons interférents qui lui correspondent, après s'être croisés en M, pénètrent l'un et l'autre dans le système optique employé.

Soient alors

$$x = az + p, \quad y = bz + q,$$

les équations d'une droite MM_1 passant par M. Nous savons que l'on a

$$\delta = f(a, b, p, q).$$

Prenons trois axes de coordonnées rectangulaires, l'axe oz se confondant avec l'axe optique, et l'origine étant un certain point fixe quelconque, mais situé dans l'air. La direction de l'axe optique correspond aux valeurs des paramètres

$$a = b = p = q = 0.$$

et ces paramètres seront toujours très petits pour une direction voisine. Si d'ailleurs ξ et η sont les coordonnées de la trace de la droite MM_1 sur le plan xoy , les paramètres de cette droite sont

$$a = -\frac{\xi}{D}, \quad b = -\frac{\eta}{D}, \quad p = \xi, \quad q = \eta,$$

D étant la distance du point M à l'origine.

L'équation de condition $d\delta = 0$ sera alors

$$(1) \quad \left(\frac{df}{da}\right)_o a + \left(\frac{df}{db}\right)_o b + \left(\frac{df}{dp}\right)_o p + \left(\frac{df}{dq}\right)_o q = 0,$$

ou

$$\left[\left(\frac{df}{dp}\right)_o - \frac{1}{D}\left(\frac{df}{da}\right)_o\right]\xi + \left[\left(\frac{df}{dq}\right)_o - \frac{1}{D}\left(\frac{df}{db}\right)_o\right]\eta = 0,$$

équation dans lesquelles on doit, dans les dérivées partielles qui y

figurent, remplacer a , b , p , q par leur valeur commune zéro qui correspond à l'axe optique. Ce sont donc des constantes et l'équation de condition prend la forme :

$$(2) \quad \left(P - \frac{A}{D} \right) \xi + \left(Q - \frac{B}{D} \right) \tau_i = 0.$$

L'examen de cette équation suffit pour établir le théorème énoncé. Si nous supposons, en effet, que la source éclairante soit étendue dans toutes les directions, ξ et τ_i se trouvent être des variables indépendantes. Il faudrait donc, pour obtenir des franges nettes, que l'on pût trouver une valeur de D satisfaisant à la fois aux deux équations *en général incompatibles* :

$$P - \frac{A}{D} = 0, \quad Q - \frac{B}{D} = 0.$$

Supposons, par contre, que l'on assujettisse toutes les droites MM_i à être contenues dans un même plan passant par l'axe optique, ce que l'on réalisera en introduisant une fente soit avant, soit après l'appareil interférentiel. On se trouvera établir entre ξ et τ_i une relation de la forme

$$\frac{\tau_i}{\xi} = \operatorname{tg} \varphi,$$

φ étant l'angle avec ox de la trace de ce plan sur le plan xoy . Le problème présente alors une solution donnée par

$$(3) \quad \frac{PD - A}{QD - B} = - \operatorname{tg} \varphi.$$

Mais la valeur unique de D , déterminée par cette équation, dépend de φ , et varie par suite avec l'orientation de la fente.

L'origine est à notre choix sur l'axe oz ; il en est de même de l'orientation de l'axe ox dans le plan normal à oz . Un choix convenable permet de simplifier l'équation (3) et de la mettre sous la forme

$$(3') \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{D}{h},$$

h étant une longueur constante.

Cette équation est susceptible d'une représentation géométrique fort simple : par chaque point M de ox , menons une normale à ox qui soit contenue dans le plan des rayons qu'il faut utiliser pour avoir des franges nettes en M ; en d'autres termes une droite faisant avec ox l'angle φ . *Ces droites sont les génératrices d'un parabolôide.* La longueur h est le *paramètre de distribution* de ce parabolôide.

Remarque. — Il importe ici de distinguer deux cas. Nous supposons que l'on se donne le point visé M et que l'on cherche, en introduisant une fente, à rendre les franges distinctes.

Premier cas. — Si la fente est introduite après l'appareil interférentiel, c'est-à-dire entre ce dernier et l'œil, le plan dans lequel on doit amener la fente est déterminé par l'équation (2). Il est indépendant de la distance du milieu de la fente à l'appareil interférentiel.

Second cas. — Il peut en être tout autrement si la fente est introduite entre la source proprement dite et l'appareil interférentiel. Si nous considérons en effet les diverses directions MM_1 passant par M et contenues dans le plan défini par l'équation (2), les droites conjuguées SS_1 pourront ne pas être contenues dans un même plan mais former une surface réglée. Imaginons dès lors que la fente puisse tourner autour de son milieu, dans un certain plan P. Il faudra, pour obtenir des franges nettes que la fente soit tangente à la section par le plan P de cette surface réglée, et sa direction se modifie si le plan P se déplace, même en restant parallèle à lui-même.

Discussion. — Deux cas particuliers que nous avons signalés en commençant, méritent une étude plus complète :

1° On sait que l'on peut, avec certains appareils interférentiels obtenir des franges nettes, même avec une source étendue dans toutes les directions. Pour qu'un pareil phénomène se présente, il faut que l'équation de condition puisse être satisfaite quels que soient ξ et η . Il faut donc que les deux équations

$$P - \frac{A}{D} = 0, \quad Q - \frac{B}{D} = 0.$$

soient compatibles, ce qui exige que l'on ait

$$\frac{P}{Q} = \frac{A}{B} + m,$$

m étant une certaine constante. L'équation des conditions peut alors s'écrire :

$$(4) \quad \left(P - \frac{A}{D}\right)(m\xi + \eta) = 0.$$

L'équation sera satisfaite, lorsque l'un des facteurs sera nul. De là deux conséquences :

Si l'on supprime la fente (ξ et η quelconques), il est possible d'obtenir des franges nettes. Elles sont alors *localisées* et leur position est donnée par

$$D = \frac{A}{P}.$$

Dans ces mêmes conditions, si l'on vient à introduire une fente convenablement orientée ($tg \varphi = -m$) l'équation de condition est satisfaite quel que soit D . Les franges sont visibles à toute distance : elles ne sont plus localisées.

2° La réciproque est vraie. La condition nécessaire pour que l'on puisse, avec une fente convenablement orientée, obtenir des franges visibles à toute distance est que la valeur de φ déduite de l'équation (3) soit indépendante de D , ce qui exige que l'on ait

$$\frac{P}{Q} = \frac{A}{B}.$$

L'équation de condition prend alors la forme (4). Donc : *La possibilité d'obtenir des franges nettes sans fente (toujours localisées) et celle de réaliser des franges non localisées par l'emploi d'une fente convenablement orientée sont deux faits connexes et inséparables.*

On peut aller plus loin et établir une relation remarquable entre l'orientation de la fente qui fait disparaître la localisation et celle des franges. Pour simplifier le langage, nous appelons *plan de la*

fente le plan dans lequel elle devrait être contenue pour obtenir des franges nettes, si on l'introduisait entre l'appareil interférentiel et l'observateur.

Soient

$$x = az + p, \quad y = bz + q,$$

les équations d'une droite quelconque, voisine de l'axe optique, oz , mais ne passant pas par le point visé M. Nous la définirons par les coordonnées

$$\xi, \eta, o, \quad x_1, y_1, D$$

de ses points d'intersection avec le plan xoy , et avec le plan parallèle au premier passant par M. Les quatre paramètres de cette droite sont donnés en fonction de ces coordonnées par

$$a = \frac{x_1 - \xi}{D}, \quad b = \frac{y_1 - \eta}{D}, \quad p = \xi, \quad q = \eta.$$

L'expression de

$$d\delta = Aa + Bb + Pp + Qq$$

devient

$$d\delta = \frac{1}{D} (Ax_1 + By_1) + \left(P - \frac{A}{D}\right) \xi + \left(Q - \frac{B}{D}\right) \eta.$$

Supposons que la condition de netteté soit satisfaite. Cette équation se réduit à

$$d\delta = \frac{1}{D} (Ax_1 + By_1).$$

Elle nous donne l'orientation de la frange qui passe par le point visé,

$$\frac{y_1}{x_1} = -\frac{A}{B}.$$

D'ailleurs, si l'appareil jouit de la double propriété qui nous occupe, on a

$$\frac{A}{B} = \frac{P}{Q} = m.$$

Le plan qui passe par l'axe optique et qui est tangent aux franges a pour équation

$$mx_1 + y_1 = 0.$$

Il est donc parallèle au plan de la fente qui rend les fentes visibles à toute distance.

Il existe deux cas particuliers où l'on peut prévoir *a priori* l'existence de la double propriété étudiée.

1° *Lorsque l'appareil interférentiel présente un plan de symétrie, l'axe optique de l'instrument d'observation étant contenu dans ce plan.* Si nous prenons ce plan de symétrie comme plan des xoz , δ ne doit pas changer lorsqu'on remplace τ_1 par $-\tau_1$. Il faut donc que l'on ait identiquement

$$Q = B = 0.$$

L'équation de condition prend alors la forme.

$$\left(P - \frac{A}{D}\right)\xi = 0.$$

Le plan de la fente qui produit l'absence de localisation est normal au plan de symétrie.

2° *Lorsque l'appareil interférentiel est tel que la différence de marche soit, non seulement constante le long d'une même droite, mais identique pour toutes les droites parallèles entre elles.* Cette différence de marche n'est plus fonction que des deux paramètres a et b qui définissent une direction.

$$\delta = f(a, b).$$

L'équation de condition se réduit à

$$\frac{1}{D}(A\xi + B\eta) = 0.$$

Les franges sont visibles sans fentes : elles sont localisées à l'infini (miroirs épais de Jamin, franges de Herschel, etc.).

Ces deux cas particuliers sont réalisés *simultanément* lorsque les

rayons interférents n'ont subi que des réflexions et réfractions sur un nombre quelconque de surfaces *planes et parallèles*. Le plan d'incidence est un plan de symétrie ; la localisation disparaîtra avec une fente normale à ce plan. De plus un déplacement parallèle du rayon incident ne modifie pas la différence de marche ; les franges sont visibles à l'infini avec une source étendue. C'est ce qui se produit pour les franges produites par les lames minces à faces parallèles.

Vérifications expérimentales. Nous avons pu trouver, soit dans des phénomènes déjà connus, soit dans d'autres qu'il est facile de reproduire, la vérification des principales conséquences de la théorie qui précède.

Un cas de localisation sans fente se présente lorsqu'on examine, sans une incidence quelconque, les franges des lames minces isotropes : dans le cas des anneaux de Newton, lorsque le plan d'incidence contient le centre des anneaux ; dans celui d'une lame prismatique, lorsque l'arête est normale au plan d'incidence. On se trouve, en effet, observer les franges au moyen d'un appareil optique dont l'axe est contenu dans un plan de symétrie. Si, en particulier, l'incidence est normale, la condition du plan de symétrie est satisfaite sur tous les points de la lame mince. La localisation est alors, on le sait, complète.

L'absence corrélatrice de localisation par l'emploi d'une fente normale au plan de symétrie est particulièrement nette, si les franges sont rectilignes (lame mince d'air comprise entre deux plans de verre). La fente doit être placée du côté de la source pour éviter les phénomènes de diffraction.

Les miroirs de Fresnel, tels qu'on les emploie ordinairement (fente et miroirs verticaux, axe optique horizontal), réalisent précisément les conditions de non-localisation (plan de symétrie). Il serait intéressant de pouvoir observer le fait de localisation sans fente, mais elle se produirait dans une région où les faisceaux réfléchis ne sont pas superposés.

Les franges d'Herschel, que l'on obtient facilement en isolant entre deux lames de verre une lame mince d'air d'épaisseur rendue

uniforme au moyen de deux fragments d'un même fil de cocon, et en immergeant le tout dans une cuve pleine d'eau, réalisent le cas de localisation à l'infini. L'absence de localisation s'observe très facilement, soit par réflexion, soit par transmission, en introduisant une fente normale au plan d'incidence.

Les franges des miroirs épais de Jamin sont aussi localisées à l'infini. L'absence de localisation se produit par l'introduction d'une fente parallèle aux franges, et par suite horizontale.

Il est à remarquer que cette théorie est directement applicable aux phénomènes de polarisation chromatique ⁽¹⁾.

Les franges produites dans la lumière convergente sont localisées à l'infini. Celles que l'on observe dans la lumière parallèle (sans incidence normale du moins), sont localisées dans la lame cristalline.

Avant de passer à l'exposition de mes recherches personnelles, qu'il ne soit permis d'exprimer ma plus sincère reconnaissance à M. Macé de Lépinay, professeur à la Faculté des Sciences de Marseille, dont les travaux antérieurs m'ont servi de point de départ, et qui a mis à ma disposition toutes les ressources de son laboratoire ; à M. Perot, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Marseille, qui a appelé mon attention sur plusieurs points intéressants. Leurs utiles conseils ne m'ont jamais fait défaut.

Ce travail sera divisé en trois parties.

La première sera consacrée à quelques recherches nouvelles sur la théorie de la visibilité parfaite des franges.

Dans la deuxième partie, je montrerai comment la théorie de la visibilité des franges conduit à celle de leur orientation ; j'appliquerai cette théorie à quelques cas simples.

La troisième partie comprendra l'étude des franges d'interférence en dehors des conditions de netteté parfaite et principalement des phénomènes de visibilité périodique qui se produisent dans ce cas.

(1) Macé de Lépinay. *Journal de Physique* ; Mai 1891.

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDES SUR LA LOCALISATION DES FRANGES D'INTERFÉRENCE

Pour vérifier complètement la théorie dont je viens de rappeler les principaux résultats, il est nécessaire de pouvoir embrasser *tous les cas possibles*. Certains appareils interférentiels ne le permettent pas, à cause du manque de superposition des faisceaux interférents en dehors de conditions très restreintes. Les lames minces isotropes ne présentent pas cet inconvénient.

CHAPITRE I

FRANGES DES LAMES MINCES PRISMATIQUES

La localisation de ces franges a été complètement étudiée, au point de vue théorique, par M. Macé de Lépinay ⁽¹⁾.

L'auteur a montré la nécessité d'employer une fente, et il a déterminé, dans chaque cas, l'orientation du plan dans lequel doivent se trouver les rayons utilisés. Mais dans les vérifications expérimentales la fente était placée sur l'objectif de la lunette. Des phénomènes de diffraction ne permettaient d'observer les franges que lorsqu'elles

(1) *Journal de Physique*, Mars et Avril 1890.

étaient à peu près perpendiculaires à la direction de la fente. Certains cas particuliers intéressants échappent ainsi à l'expérience, par exemple le cas de non-localisation des franges et celui où elles sont visibles à l'infini. Aussi, m'a-t'il paru utile de faire quelques nouvelles vérifications expérimentales en plaçant la fente entre la source lumineuse et la lame mince.

Etablissons d'abord les formules qui permettront de déterminer a priori l'orientation de la fente.

Soient :

- i l'angle d'incidence correspondant à l'axe optique de l'appareil d'observation,
- r' l'angle de réfraction correspondant dans la lame épaisse qui limite antérieurement la lame mince; n' son indice,
- r l'angle de réfraction dans la lame mince, dont l'indice est n ,
- D la distance du point visé P, comptée dans la direction de l'axe optique, à la face antérieure de la lame épaisse,
- a la distance à l'arête de la lame mince du point où s'est réfléchi le rayon qui se propage suivant l'axe optique,
- h l'épaisseur de la lame épaisse,
- u l'angle de l'arête de la lame mince avec la trace du plan d'incidence sur la face antérieure de cette lame.

Pour que les franges soient nettes, il faut que tous les rayons qui aboutissent en P soient contenus dans un certain plan. Les points où ces rayons se sont réfléchis dessinent un élément de ligne droite F. Soit φ l'angle qu'elle fait avec la trace du plan d'incidence, angle qui suffit à définir le plan des rayons que l'on doit utiliser. M. Macé de Lépinay a montré que l'angle φ était déterminé par l'équation

$$(1) \quad D + h \frac{\cos^2 i}{n \cos^2 r'} = a \frac{\cos^2 i \sin r}{n \cos^2 r} \frac{\cos \varphi}{\sin (\varphi - u)}.$$

Connaissant maintenant l'angle φ , il faut en déduire l'orientation de la fente placée du côté de la source lumineuse.

Prenons, comme plan de la figure, le plan d'incidence, que nous supposerons horizontal pour fixer les idées. Soit PA l'axe optique de la lunette, pointée sur le point P ($PA = D$). Le rayon qui se propage suivant PA après s'être réfléchi sur la face antérieure de la lame mince a suivi le chemin CRBAP. Supposons qu'une fente, dont le milieu est en C, soit mobile dans le plan vertical CC' normal au rayon CR; elle entraîne avec elle un index mobile sur un cercle gradué, en sorte que l'on peut à chaque instant déterminer son orientation. Soit ψ l'angle qu'elle fait avec le plan d'incidence.

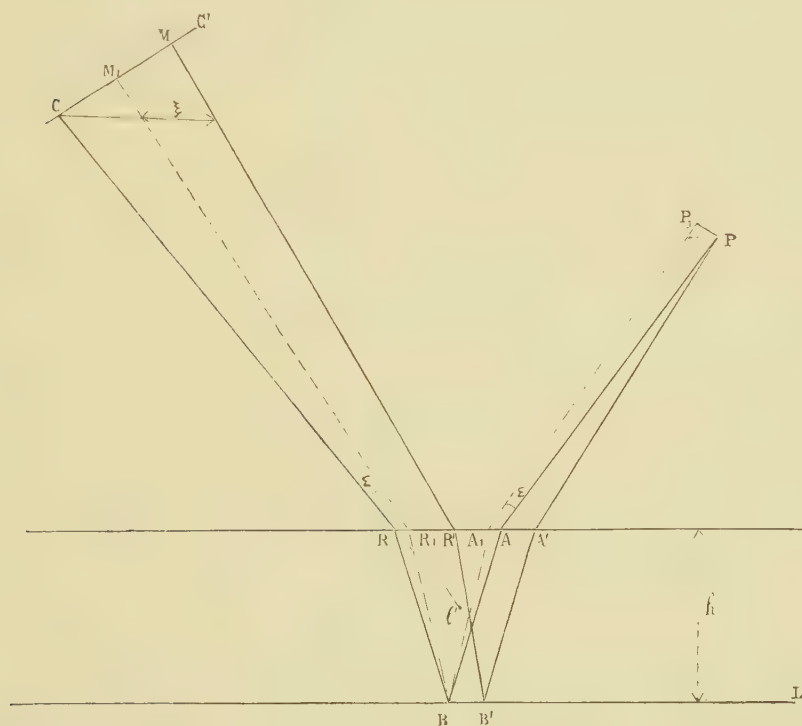


Fig. 1.

Un point M de la fente infiniment voisin de C envoie en P un rayon MR'B'A'P. La droite BB' fait avec le plan d'incidence l'angle φ . Tout revient à calculer ψ en fonction de φ . La méthode suivante, en introduisant directement les lignes focales, aura l'avantage de s'appliquer à tous les cas du même genre.

Prenons dans chacun des plans CC' et L un système d'axes de coordonnées rectangulaires, ayant respectivement pour origine les points C et B , les axes des x étant dans le plan d'incidence. Soient x, y , les coordonnées du point M ; ξ, τ , celles du point B' . Nous allons calculer les secondes en fonctions des premières.

Supposons d'abord $y = 0$. La figure est alors plane, et par suite $\tau = 0$. Pour calculer ξ , transportons le rayon $MR'B'A'P$ parallèlement à lui-même, jusqu'à ce que B' vienne en B ; il prend alors la position $M_1R_1BA_1P_1$. Le point l' où se rencontrent CR et M_1R_1 prolongés est sur la ligne focale normale au plan d'incidence correspondante aux rayons issus de B et voisins de BR . Le point λ' (non indiqué sur la figure) où se rencontrent PA et P_1A_1 jouit d'une propriété analogue.

Soit :

$$Cl' / M_1 = P\lambda' / P_1 = \varepsilon.$$

On a

$$PP_1 = \xi \cos i = \overline{P\lambda'} \cdot \varepsilon.$$

$$CM = x = \xi \cos i + CM_1 = \xi \cos i + \overline{Cl'} \cdot \varepsilon.$$

En éliminant ε il vient

$$(2) \quad x = \xi \left(1 + \frac{Cl'}{P\lambda'} \right) \cos i.$$

Un raisonnement analogue montrerait que si x est nul, ξ l'est aussi, et que l'on a

$$(3) \quad y = \tau \left(1 + \frac{Cl}{P\lambda} \right).$$

l étant le point où le rayon RC rencontre la deuxième ligne focale du pinceau issu de B et voisin de BR ; λ ayant une signification analogue pour le rayon AP .

A cause de la forme linéaire des relations qui lient x et y à ξ et τ , les équations (2) et (3) sont générales.

En les divisant membre à membre, et remarquant que

$$\frac{y}{x} = tg \psi, \quad \frac{\tau}{\xi} = tg \varphi,$$

il vient

$$(4) \quad tg \psi = \frac{1}{\cos i} \frac{1 + \frac{Cl}{P\lambda}}{1 + \frac{Cl'}{P\lambda'}} tg \varphi.$$

Posant

$$CR = \Delta,$$

$$d = R' = A\lambda = h \frac{tg r'}{\sin i},$$

$$d' = R'' = A\lambda' = h \frac{\cos^2 i}{n' \cos^2 r'},$$

l'équation (4) devient :

$$(4') \quad tg \psi = \frac{1}{\cos i} \frac{1 + \frac{\Delta + d}{D + d}}{1 + \frac{\Delta + d'}{D + d'}} tg \varphi.$$

Quant à l'angle φ , il est défini par l'équation (1), qui peut s'écrire

$$(1') \quad tg \varphi = tg u + \frac{a'}{\cos u} \frac{1}{D + d'},$$

en posant, pour abréger, $a' = \frac{a \cos^2 i \sin r}{n \cos^2 r}$.

Portant cette valeur de φ dans l'expression de ψ , il vient (1) :

$$(5) \quad tg \psi = \frac{1}{\cos i} \frac{1 + \frac{\Delta + d}{D + d}}{1 + \frac{\Delta + d'}{D + d'}} \left(tg u + \frac{a'}{\cos u} \frac{1}{D + d'} \right).$$

Absence de localisation. — Pour que la valeur de φ déduite de l'équation (1') soit indépendante de D il faut que a' ou $\cos u$ soit nul.

(1) Remarquons, dès à présent, que l'équation (5), qui lie ψ et D, est du second degré en D. Pour une position donnée de la fente on doit trouver deux positions de visibilité des franges. Ce fait est général lorsque la fente est placée du côté de la source (voir chap. III). Mais dans le cas actuel d et d' sont très peu différents, à moins que la lame de verre ne soit extrêmement épaisse. Il est facile de voir qu'alors l'une des positions de visibilité est extrêmement voisine de l'image de la fente, en sorte que, dans cette position, les franges sont très difficiles à voir.

1° $\cos u = 0$. L'arête de la lame prismatique est normale au plan d'incidence. Les franges sont visibles à toute distance avec une fente normale aussi au plan d'incidence; ce plan est un plan de symétrie. La position de visibilité sans fente est donnée par ⁽¹⁾

$$D + d' = \mp a',$$

selon que u est égal à 90° ou à 270° .

2° $a' = 0$ et, par suite, $a = 0$ (le cas où $i = 0$ rentrerait dans le précédent). On observe la première frange. On a alors, quel que soit D ,

$$z = 0.$$

et la valeur de ψ devient

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1}{\cos i} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta + d}{D + d'}}{1 + \frac{\Delta + d'}{D + d'}} \operatorname{tg} u.$$

Elle n'est pas tout à fait indépendante de D ; mais, si la lame antérieure n'est pas très épaisse, d et d' diffèrent très peu, et l'on a sensiblement

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1}{\cos i} \operatorname{tg} u.$$

L'absence correspondante de localisation se produit pour

$$D = -d'.$$

Il est facile de constater qu'en effet si les deux plans de verre qui comprennent la lame mince sont exactement en contact par leur arête, la première frange peut être vue sans employer de fente, quelle que soit son orientation par rapport au plan d'incidence, et quel que soit l'angle d'incidence.

Avec une fente convenablement orientée, on peut faire disparaître la localisation: alors la perspective de l'image de la fente sur la face supérieure de la lame mince se confond avec l'arête de la lame, ce qui est bien le résultat prévu par la théorie.

(1) Macé de Lépinay. *Loc. cit.*

Vérifications numériques dans les cas de localisation. — Pour cette étude et pour plusieurs de celles qui seront exposées plus loin, j'avais besoin d'une lunette permettant de pointer à toute distance et de déterminer, dans chaque cas, la position du point visé. Pour n'avoir pas à y revenir, entrons, à ce sujet, dans quelques détails.

Sur deux supports du banc d'optique étaient placés un objectif achromatique et une loupe munie d'une croisée de fils (loupe de Fresnel). En faisant varier les positions de l'objectif et de l'oculaire, la lunette ainsi formée peut être pointée à toute distance.

Il faut, toutefois, que l'appareil satisfasse à deux conditions :

1° Que la croisée des fils se trouve constamment sur l'axe principal de l'objectif, afin que les images soient nettes ;

2° Que la direction de l'axe optique soit fixe dans l'espace, lorsqu'on fait coulisser l'objectif ou l'oculaire, afin d'avoir une ligne de visée déterminée.

Ces deux conditions seront satisfaites, si la direction parallèlement à laquelle se font tous les déplacements est celle de l'axe principal de l'objectif, et si la croisée des fils se trouve sur cet axe ; ces deux conditions suffisantes sont d'ailleurs nécessaires.

Après avoir disposé à vue l'appareil aussi bien que possible, je m'occupe de rendre l'axe optique parallèle à la direction des déplacements, et, par suite, fixe dans l'espace. Plaçons pour cela sur un troisième support une plaque percée d'un petit trou éclairé au moyen d'une lampe placée derrière lui. Cette ouverture peut subir de petits déplacements soit latéraux, soit verticaux ; il en est de même de l'oculaire. Après avoir mis la lunette au point sur la petite ouverture faisons coïncider son image avec la croisée des fils. Le réglage sera obtenu si cette coïncidence se maintient pour toutes les positions relatives de l'objectif, de l'oculaire et du trou. Pour arriver rapidement à ce résultat, le trou et l'oculaire sont placés aux deux extrémités du banc d'optique. Si l'on fait coulisser l'objectif on trouve deux positions pour lesquelles on voit une image nette du trou. Soient C_1 et C_2 les deux positions du centre optique de l'objectif ;

les déplacements se font parallèlement à la droite C_1C_2 , en sorte qu'il faut arriver à placer le réticule sur cette droite. Soit R la position primitive de la croisée des fils. Plaçant l'objectif dans la position C_1 on déplacera l'ouverture jusqu'à ce que son image coïncide avec la croisée des fils. Soit T sa position. Il est clair que le point T se trouvera beaucoup plus près de CC_1 que le point R , car on a

$$T\theta = R\rho \frac{C_1\theta}{C_1\rho}.$$

Passant à la position C_2 , on déplacera l'oculaire jusqu'à ce que la croisée des fils coïncide avec l'image du trou. La croisée des fils se trouvera alors en R_1 , à une distance de l'axe.

$$R_1\rho = R\rho \left(\frac{C_1\theta}{C_1\rho} \right)^2.$$

On aura donc beaucoup amélioré sa position. Une deuxième opération semblable suffira en général pour obtenir un réglage parfait.



Fig. 2.

Il est alors facile de constater que si l'on fait coulisser d'une façon quelconque le trou et l'objectif, l'image du trou (mise chaque fois au point) coïncide toujours avec la croisée des fils.

Il reste maintenant à régler l'axe principal de l'objectif pour l'amener à passer par la croisée des fils.

Chaque face de l'objectif peut fonctionner comme un miroir. Si un point est placé de telle manière que son image coïncide avec lui-même, ce point sera sur l'axe principal de l'objectif. Pour mettre cette méthode en pratique, les fils du réticule sont éclairés par la lumière d'une lampe réfléchie sur une lame de verre inclinée à 45° , et placée entre la loupe et l'œil de l'observateur. Sur un champ éclairé par réflexion sur l'objectif, on peut alors apercevoir les fils

brillants et leur image sombre, fournie par une des faces concaves de l'objectif.

En faisant légèrement tourner le plan de l'objectif, on arrivera à faire coïncider les fils et leur image.

Ce réglage ayant pu déplacer un peu le centre optique de l'objectif, il faudra reprendre la première opération et corriger la légère erreur qui aurait pu se produire par un petit déplacement de l'oculaire (1).

Malgré son apparente complication, cette méthode permet de régler l'appareil en très peu de temps.

Reste maintenant à résoudre le problème suivant : connaissant les lectures faites sur le banc d'optique, correspondantes aux index des supports de l'objectif et de l'oculaire, déterminer la distance du point visé à un point fixe A, pris pour origine sur l'axe optique de la lunette (2).

La distance focale de l'objectif a été préalablement déterminée par la méthode de M. Cornu.

On a trouvé :

$$f = 18^{\circ},02.$$

Supposons que les divisions de la règle aillent en croissant dans le sens de la propagation de la lumière. Soient N la lecture correspondante à l'objectif, N' celle de l'oculaire. Il est facile de voir que la distance D, du point visé au point A, comptée positivement dans le sens de la propagation de la lumière est de la forme

$$(6) \quad D = N - \frac{f^2}{N' - N - a} + b.$$

a et b étant deux constantes. Pour les déterminer, on visera d'abord une mire très éloignée. Alors $N' - N = a$. On visera ensuite l'origine A ($D = 0$), et b sera donné par l'équation

$$b = \frac{f^2}{N' - N - a} - N.$$

(1) C'est d'ailleurs le réglage de l'axe optique qui est de beaucoup le plus important. Une légère erreur dans la position de l'axe principal de l'objectif n'aurait pas d'inconvénient sérieux.

(2) Le point A sera, par exemple, le point où l'axe optique rencontre l'une des faces d'une lame de verre.

Arrivons maintenant aux mesures relatives aux franges des lames prismatiques.

Le cas qui donne les résultats les plus nets est celui où l'arête de la lame mince est dans le plan d'incidence ($u = 0$). La lame mince était une lame d'air ($n = 1$) comprise entre deux plans de verre rectangulaires, parfaitement dressés, ayant 4° de largeur sur 15° de longueur et 2° d'épaisseur ($h = 2^{\circ}$). Les lames étaient en contact par l'une de leurs extrémités et maintenues de l'autre côté à une petite distance par un fil de platine de $0^{\text{mm}},2$. Le tout était fixé par des bandes de caoutchouc. Les lames étaient placées verticalement sur une plateforme pouvant tourner autour d'un axe vertical, portant un index mobile sur un cercle divisé, de manière à pouvoir déterminer les angles d'incidence. Les lames reposant par leur petit bout, l'arête du prisme est horizontale.

Les lames étaient d'abord amenées à être normale à l'axe optique de la lunette. Pour cela, la lunette étant pointée à l'infini, on éclaire le réticule comme il a été déjà expliqué. On peut voir alors l'image des fils réfléchi sur la face antérieure de la lame de verre ; il suffit d'amener cette image à coïncider avec la croisée des fils (1). Si l'on fait tourner la plateforme d'un certain angle, cet angle sera l'angle d'incidence.

La fente, portée sur un support indépendant, entraîne un index mobile sur un cercle gradué de 5° en 5° . On a le degré par estime, ce qui est suffisant pour ce genre de recherches. Elle est éclairée par un brûleur dont la flamme contient du chlorure de sodium. Il est nécessaire de déterminer la division du cercle à laquelle s'arrête l'index lorsque la fente est dans le plan d'incidence ; on observe pour cela l'image de la fente par réflexion sur la face antérieure de la

(1) C'est la méthode qu'emploient les astronomes pour déterminer le Nadir. Elle permet, si l'on n'a pas de mire éloignée, de déterminer la position du foyer de l'objectif, pourvu que les faces de la lame soient parfaitement planes. Elle permet aussi de s'assurer si les faces de la lame sont bien parallèles : si elles font un petit angle, au lieu d'une image on en verra deux. La position relative de ces images renseignera sur l'angle des faces et sur l'orientation de leur intersection.

lame épaisse. Si l'on fait tourner la plateforme, cette image se déplacera, et si elle se déplace dans sa propre direction, la fente sera dans le plan d'incidence. On amène donc un des fils du réticule à coïncider avec l'image de la fente ; une rotation de la plateforme ne devra pas détruire cette coïncidence, résultat auquel on arrive facilement par tâtonnement. Les angles ψ sont maintenant faciles à évaluer et de plus un des fils du réticule se trouve dans le plan d'incidence,

Pour s'assurer que l'arête de la lame mince est bien dans le plan d'incidence, il suffit de constater que sous l'*incidence normale* les franges sont dans le plan d'incidence, c'est-à-dire parallèles au fil qui vient d'être réglé.

Enfin pour mesurer α , on cherchera d'abord, en éclairant les lames avec de la lumière blanche, si la première frange est en coïncidence avec l'arête inférieure des lames. Il est facile d'arriver à ce résultat en éliminant toute trace de poussière par un soigneux nettoyage des surfaces en contact. Si d'ailleurs la première frange visible n'était pas celle d'ordre 0, il serait facile de déterminer son numéro d'ordre en examinant sa couleur, et l'on en déduirait la distance de l'arête du prisme à l'extrémité des lames. Il ne reste plus qu'à déterminer la distance au-dessus de la plateforme du point où l'axe optique rencontre la lame mince, ce qui se fait en pointant avec la lunette un décimètre appliqué contre les lames.

Ces réglages et mesures étant faits, on donne à la fente une orientation quelconque, et l'on cherche la position de la lunette qui rend les franges nettes ; ou réciproquement on place la lunette dans une position quelconque et l'on cherche l'orientation de la fente qui rend les franges nettes. Je rapporterai seulement les résultats d'une série d'expériences.

Les données de l'appareil sont :

$$h = 2^{\circ}, \quad \mu' = 1.5, \quad \mu = 1.$$

On avait en outre

$$i = 45^{\circ}, \quad \alpha = 12^{\circ}, 0, \quad \Delta = 24^{\circ}, \quad \epsilon = 0.$$

On en déduit

$$\frac{a'}{\cos i} = a \operatorname{tg} i = 12^{\circ}, 0,$$

$$d' = 0^{\circ}, 97 \qquad d = 1^{\circ}, 52.$$

La formule qui donne ψ en fonction de D devient alors

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{12}{D + 0,97} \frac{1 + \frac{25,52}{D + 1,52}}{1 + \frac{24,97}{D + 0,97}}.$$

Le deuxième facteur peut être pris égal à 1 dès que D est un peu grand.

D	ψ (obs.)	ψ (calc.)
∞	1°	0° 0'
+ 44°, 4	14	14.49
+ 22, 15	26	26.44
+ 17, 15	29	31.0
+ 12, 15	42	42.5
+ 6, 27	58	57.54
+ 2, 15	74	73.33
— 1, 77	94	93.30
— 4, 39	107	105.55
— 6, 81	116	115.52
— 11, 88	132	132.43
— 17, 84	142	144.35
— 83, 5	172	171.41
∞	180	180

On voit que pour un tirage *quelconque* de la lunette les franges peuvent être rendues visibles en faisant tourner la fente ; que réciproquement, pour une orientation *quelconque* de la fente, les franges sont visibles et localisées.

CHAPITRE II

APPAREILS QUI SE RATTACHENT AUX LAMES MINCES

Nous savons déjà que des lames minces peuvent, dans certaines conditions, produire des franges non localisées, absolument analogues à celles que produisent les miroirs de Fresnel. Il était intéressant de montrer que réciproquement ce dernier appareil peut fournir des franges localisées, et que l'absence de localisation que l'on observe ordinairement n'est due qu'aux conditions exceptionnelles dans lesquelles on se place. Toutefois, les miroirs de Fresnel ne se prêtant pas commodément à des expériences de mesures sur la localisation des franges, j'ai étudié au même point de vue les franges d'Herschel qui nous permettront de vérifier dans tous les cas possibles les conséquences de la théorie générale, tout aussi nettement que les lames minces isotropes.

1° *Miroirs de Fresnel.*

Il suffit, pour prévoir que les miroirs de Fresnel doivent donner des franges localisées, de remarquer que dans cet appareil l'interférence se produit entre deux faisceaux réfléchis sur deux surfaces planes faisant entr'elles un petit angle. Les propriétés des miroirs doivent donc être identiques à celles que posséderait une lame mince prismatique qui réfléchirait la lumière sans la réfracter, dont l'indice serait par suite égal à 1. La différence essentielle entre les deux appareils consiste uniquement dans l'étroitesse de la partie commune aux faisceaux réfléchis par les miroirs, ce qui restreindra beaucoup

les limites entre lesquelles les conséquences de la théorie pourront être vérifiées.

Nous pourrions donc appliquer ici les formules que nous avons déjà utilisées dans le cas des lames minces. En conservant aux lettres la même signification que dans le chapitre précédent, les franges seront nettes lorsque le plan défini par la fente et le *rayon moyen* issu de son milieu fera avec le plan d'incidence un angle ψ défini par l'équation

$$(1) \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{1}{\cos i} \left(\operatorname{tg} u + \frac{a \sin i}{D \cos u} \right).$$

Absence de localisation. — L'absence de localisation se produit lorsque ψ est indépendant de D . C'est ce qui arrive :

1° Pour $\cos u = 0$. L'intersection des plans des miroirs est normale au plan d'incidence, qui est alors un plan de symétrie. L'équation (1) donne dans ce cas $\psi = \frac{\pi}{2}$. La localisation disparaît donc avec une fente normale au plan d'incidence, résultat conforme à la théorie générale.

La localisation sans fente se produirait pour

$$D = \mp a \sin i.$$

selon que u est égal à 90° ou à 270° . Le point qu'il faudrait viser est situé dans le plan normal à l'axe optique mené par l'intersection des miroirs. En ce point, les faisceaux réfléchis ne se superposent jamais.

2° Pour $a = 0$. On observe alors la frange centrale. Celle-ci n'est donc jamais localisée. L'équation (1) devient $\operatorname{tg} \psi = \frac{\operatorname{tg} u}{\cos i}$. Pour faire disparaître la localisation, il faut donc placer la fente de telle manière, que son image soit dans le plan qui contient l'axe optique et l'arête des miroirs.

La localisation sans fente aurait lieu pour $D = 0$, c'est-à-dire sur l'arête commune des miroirs. Elle n'est donc pas observable. On peut toutefois trouver une vérification de la théorie dans ce fait

bien connu que les franges sont d'autant plus faciles à voir, même avec une fente trop large ou mal réglée, que la loupe d'observation est placée plus près des miroirs.

Cas général. — Si l'on observe une frange d'ordre élevé et si l'intersection des plans des miroirs est oblique par rapport au plan d'incidence, il doit y avoir localisation. C'est ce que l'on peut vérifier de la manière suivante.

Imaginons les miroirs montés à la manière ordinaire, la loupe sur un support du banc d'optique, la fente sur un support indépendant ; les miroirs sont réglés de façon à produire des franges d'ordre élevé. Cela posé, dérégions légèrement l'appareil en faisant basculer l'un des miroirs autour d'un axe non vertical. Les franges vont se troubler. Mais en faisant tourner la fente, il sera toujours possible de faire reparaître les franges. Comme l'intersection des plans des miroirs est devenue oblique par rapport au plan d'incidence, les franges se trouvent localisées. Elles sont de plus inclinées sur la verticale.

Une précaution est nécessaire : il faut employer une fente courte (quelques millimètres au plus). Sans cela, lorsque la fente est inclinée, une grande partie de sa longueur envoie un seul rayon aux différents points du champ, et les franges sont noyées dans une lumière uniforme. De là résulte la nécessité d'employer une lumière monochromatique très intense. Je me suis servi d'un artifice indiqué par M. Fleischl von Marxow ⁽¹⁾, qui consiste à placer du bromure de sodium dans la flamme d'un brûleur de Bunsen ; la lumière est beaucoup plus brillante que lorsqu'on emploie le chlorure.

Remarquons d'ailleurs que, les miroirs étant disposés d'une façon quelconque, si on les éclaire avec un *point lumineux*, les franges seront toujours visibles, pourvu que les faisceaux réfléchis aient une partie commune et que l'angle des miroirs soit faible. Aussi, Fresnel, qui employait toujours un point lumineux, ne s'occupait-il nullement de l'orientation de l'intersection des miroirs, et il voyait, dans

(1) *Wied. Ann.*, t. xxxviii, p. 675, et *Journ. de Phys.* Mai 1890.

certains cas, les franges traverser de part en part la bande commune aux deux faisceaux. Si, au lieu d'un point lumineux, on emploie une fente courte, les franges pourront toujours être rendues visibles, mais elles seront localisées, à moins que l'on n'observe la première frange ou que l'intersection des miroirs ne soit normale au plan d'incidence.

Examen de ce qui se passe aux différents points du champ.

— La condition de netteté étant satisfaite en un point du champ, elle ne le sera pas forcément aux points voisins. Pour bien montrer ce que peuvent produire ces variations, nous nous bornerons au cas particulier le plus simple.

Supposons l'axe optique horizontal, les deux miroirs verticaux et leurs arêtes terminales en contact. Soit C le milieu de la fente ; prenons comme plan de la figure le plan horizontal mené par le point C. Soient A l'arête commune des miroirs, L le plan bissecteur de l'angle aigu de leurs plans, O la frange centrale qui est en même temps le milieu de la partie commune aux deux faisceaux. Nous supposons la fente mobile dans un plan incliné d'un angle

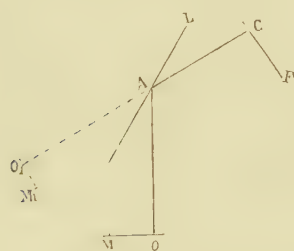


Fig. 3.

α sur la verticale, et dont la trace CF sur le plan de la figure est normale à CA. Pour rendre nette la frange centrale, il faut diriger la fente suivant la ligne de plus grande pente du plan qui la contient ; mais il en est autrement pour la frange qui passe par un point M. Prenons le symétrique M₁ du point M par rapport au plan L : la fente doit être contenue dans le

plan vertical qui passe par CM₁. Elle fait donc avec la ligne de plus grande pente un petit angle δ qu'il est facile de calculer : posons $CO_1 = \rho$ $MO = x$. L'angle $O_1 CM_1$ est égal à $\frac{x}{\rho}$. La verticale du point C, la ligne de plus grande pente et la direction de la fente forment un trièdre dont on connaît : un dièdre droit, le dièdre dont

l'arête est verticale, égal à $\frac{x}{\rho}$ et une face égale à x . La proportion des sinus donne immédiatement

$$\delta = \frac{x}{\rho} \sin \alpha ,$$

δ est proportionnel à x .

Pour une position donnée de la fente, on ne verra dans le champ qu'un petit nombre de franges nettes. Si l'on fait tourner la fente dans un sens ou dans l'autre, les franges nettes se déplacent vers la droite ou vers la gauche. Si nous supposons le plan qui contient la fente incliné de telle manière que sa partie supérieure soit la plus rapprochée des miroirs, l'observateur verra les franges se déplacer vers la droite lorsque les images de la fente lui paraîtront tourner dans le sens des aiguilles d'une montre. C'est le contraire lorsque le plan est incliné en sens inverse.

Le phénomène est particulièrement net lorsque la distance ρ est faible, et, par suite, lorsque la fente et la loupe d'observation sont placées à une petite distance de part et d'autre des miroirs.

J'indiquerai, dans la troisième partie de ce travail, un phénomène secondaire assez curieux qui se produit dans cette expérience.

2° *Franges d'Herschel.*

Ces franges sont produites par une lame mince isolée au sein d'un milieu plus réfrangible, examinée sous une incidence un peu plus faible que celle qui produit la réflexion totale. Elles ne diffèrent des franges des lames minces ordinaires que par les conditions de leur production.

Herschel les obtenait au moyen d'un prisme posé sur un plan de verre, dont il était séparé par une mince lame d'air. Cette disposition serait peu commode pour l'étude de la localisation des franges, les réfractions à l'entrée et à la sortie du prisme compliquant beaucoup le phénomène. J'ai employé une lame d'air comprise entre deux lames de verre rendue étanche par une couche de

mastic déposée sur ses bords ; le tout est immergé dans une cuve à faces parallèles pleine d'eau. On peut observer les franges soit par réflexion soit par transmission. Les conditions de l'expérience sont plus simples dans ce dernier cas, parce qu'alors les réfractions à l'entrée et à la sortie de la cuve se font normalement.

Si la lame mince d'air est à faces parallèles, les franges cessent d'être localisées par l'emploi d'une fente normale au plan d'incidence, qui est alors un plan de symétrie ; elles sont visibles à l'infini avec une source étendue, ainsi qu'on l'a déjà fait remarquer,

L'aspect de ces franges diffère sensiblement de celui que l'on trouve habituellement aux franges d'interférence. Si l'on examine, par exemple, des franges bien nettes fournies par les miroirs de Fresnel, elles apparaissent sous la forme d'une série de bandes sombres estompées sur leurs bords ; la courbe qui représente l'intensité lumineuse en fonction de la différence de marche est une sinussoïde. Ici, l'aspect est tout différent. Si nous examinons, par exemple, les franges par réflexion, elles apparaissent sous la forme d'une série de lignes noires très fines et assez nettement limitées, se détachant sur un fond brillant d'éclat presque uniforme, à peu près comme des lignes tracées à la plume sur un papier blanc.

Ce phénomène est dû aux réflexions multiples produites dans la lame mince et s'explique aisément au moyen des formules d'Airy. Supposons d'abord la lumière polarisée dans le plan d'incidence ; prenons comme unité l'amplitude de la vibration incidente et soit a l'amplitude de la vibration réfléchi. Si δ est la perte de phase du rayon réfléchi une fois sur la 2^e face, Airy trouve pour expression de l'intensité lumineuse :

$$I = \frac{\sin^2 \frac{\delta}{2}}{\frac{(1-a^2)^2}{4a^2} + \sin^2 \frac{\delta}{2}}.$$

Avec de la lumière polarisée dans le plan perpendiculaire, nous aurons une expression analogue, en employant un autre coefficient de réflexion, a' .

Avec de la lumière naturelle, l'expression de l'intensité sera donc :

$$I = \sin^2 \frac{\delta}{2} \left\{ \frac{1}{\frac{(1-a^2)^2}{4a^2} + \sin^2 \frac{\delta}{2}} + \frac{1}{\frac{(1-a'^2)^2}{4a'^2} + \sin^2 \frac{\delta}{2}} \right\}.$$

En général, a et a' sont très petits par rapport à l'unité et l'on a sensiblement

$$I = (a^2 + a'^2) \sin^2 \frac{\delta}{2} = \frac{a^2 + a'^2}{2} (1 - \cos \delta).$$

La courbe qui représente I en fonction de δ est bien alors une sinusoïde.

Mais au voisinage de la réflexion totale a et a' peuvent prendre au contraire des valeurs voisines de 1. Alors la variation du terme entre parenthèses est très considérable, et l'allure de la courbe est fort modifiée : l'ascension de la courbe, à partir de son minimum, est beaucoup accélérée, et l'ordonnée arrive rapidement à une valeur presque constante, pour décroître ensuite rapidement au minimum suivant. L'effet sera d'autant plus prononcé que les coefficients a et a' seront plus grands. Aussi les franges tendent-elles vers la forme habituelle lorsque l'on s'éloigne de l'incidence limite.

Ces résultats seront rendus plus évidents par un exemple numérique. Examinons ce qui se passe pour une incidence inférieure de $10'$ à l'angle limite. Les formules de Fresnel permettent de calculer a et a' . En faisant l'indice de l'eau égal à 1,3324 et celui de la lame de verre à 1,5, on trouve

$$a^2 = 0,772, \quad a'^2 = 0,556,$$

et l'expression de I devient :

$$I = \left(\frac{1}{0,017 + \sin^2 \frac{\delta}{2}} + \frac{1}{0,089 + \sin^2 \frac{\delta}{2}} \right) \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

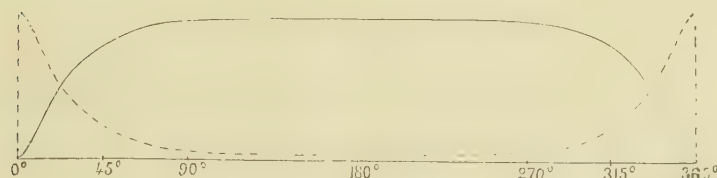


Fig. 4.

La courbe dessinée en trait plein sur la figure 4 donne la variation de I en fonction de δ . Elle répond bien au phénomène décrit plus haut.

Les franges observées par transmission sont complémentaires des précédentes. Elles ont l'aspect de lignes brillantes très fines, se détachant sur un fond sombre. Les minima sont presque nuls : dans l'exemple précédent, l'intensité minima est 22 fois plus faible que celle des maxima. La courbe pointillée de la figure 4 montre la variation de I en fonction de δ , dans le cas des franges par transmission, avec les mêmes données numériques que précédemment.

Lame prismatique. — Les formules relatives à la localisation des franges des lames minces prismatiques s'appliquent sans modification à ce cas. Nous nous occuperons seulement des franges par transmission. Supposons d'abord l'observateur et tout l'appareil plongés dans une masse d'eau indéfinie. Conservant aux lettres la même signification que dans le chapitre précédent, nous aurons :

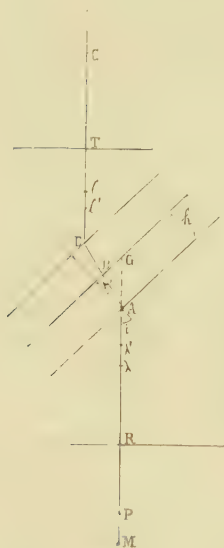


Fig. 5.

$$(1) \quad D + h \frac{\cos^2 i}{n' \cos^2 i'} = a' \frac{\cos \varphi}{\sin (\varphi - u)},$$

en posant

$$(2) \quad a' = a \frac{\cos^2 i \sin r}{n \cos^2 r},$$

n et n' sont ici les indices de l'air et du verre par rapport au milieu ambiant, c'est-à-dire par rapport à l'eau; D est la distance du point visé M au point A où l'axe optique de la lunette rencontre la face externe de la lame de verre qui limite la lame mince. Pour plus de commodité, dans ce qui va suivre, nous compterons l'abscisse du point M , non à partir du point A , mais à partir du point R , où l'axe optique rencontre la face externe de la cuve; les faces de la cuve seront normales à l'axe optique. Désignant par q l'abscisse RM du point M et par l la distance AR , on aura

$$q = D - l.$$

Puisque l'observateur est dans l'air, ce n'est pas le point M qu'il faut viser, mais le point P, où viennent se croiser dans l'air les rayons qui, dans l'eau, étaient dirigés vers le point M. Soit p l'abscisse de ce point, qui est directement mesurable. Il est facile de calculer p en fonction de q , et par suite de D . En désignant par e l'épaisseur de la lame de verre qui limite la cuve, on a :

$$p = nq + \left(n - \frac{n}{n'} \right) e = n(D - l) + \left(n - \frac{n}{n'} \right) e.$$

L'épaisseur e étant de 0^c,6, on trouve

$$\left(n - \frac{n}{n'} \right) e = 0^c, 05;$$

par suite

$$p = n(D - l) + 0^c, 05.$$

L'angle φ n'est pas directement accessible à l'expérience ; ce que l'on connaît c'est l'angle ψ que fait la fente éclairante avec le plan d'incidence. Nous la supposons dans un plan parallèle aux faces de la cuve.

Pour calculer φ en fonction de ψ on peut employer un mode de raisonnement identique à celui qui nous a servi dans le chapitre précédent. Il suffira d'en donner le résultat. Imaginons (fig. 5) un pinceau de rayons issus du point B et voisins du rayon BAP ; il aura à la sortie de la cuve deux lignes focales, λ dans le plan d'incidence et λ' normale à ce plan. De même considérons un pinceau de rayons issus de B et voisin du rayon BEC qui passe par le milieu C de la fente ; il possède à la sortie de la cuve deux lignes focales l et l' . On a :

$$(3) \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{1}{\cos i} \frac{1 + \frac{Cl}{P\lambda}}{1 + \frac{Cl'}{P\lambda'}} \operatorname{tg} \varphi.$$

Soit $CT = \varpi$ la distance de la fente à la face d'entrée de la cuve.

Alors

$$\begin{aligned} Cl &= \varpi + Tl, & Cl' &= \varpi + Tl', \\ P\lambda &= p + R\lambda, & P\lambda' &= p + R\lambda'. \end{aligned}$$

Le point B sera à égale distance des faces de la cuve : par suite

$$Tl = R\lambda, \quad Tl' = R\lambda'.$$

Tout revient à calculer ces deux longueurs.

Posant comme précédemment.

$$d = h \frac{tg \, r'}{\sin i}, \quad d' = h \frac{\cos^2 i}{n' \cos^3 r'}.$$

On trouve

$$\begin{aligned} R\lambda &= n(l + d) - 0^{\circ},05, \\ R\lambda' &= n(l + d') - 0^{\circ},05, \end{aligned}$$

et les longueurs qui entrent dans l'équation (3) peuvent être calculées. Les points l et l' d'une part, λ et λ' de l'autre étant extrêmement voisins, on peut, dans bien des cas, faire simplement

$$tg \, \psi = \frac{1}{\cos i} tg \, \varphi.$$

Quant à l'angle φ il est donné en fonction de p par l'équation (1), qui peut s'écrire, en exprimant D en fonction de p :

$$(4) \quad tg \, \varphi = tg \, u + \frac{n \, a'}{\cos u} \frac{1}{p + n(l + d') - 0^{\circ},05}.$$

Visibilité des franges avec une source étendue. — Ce phénomène se produit lorsque la valeur de D fournie par l'équation (1) est indépendante de φ . C'est ce qui arrive : 1° Lorsque $a' = 0$; 2° lorsque a' est infini ; 3° lorsque $\frac{\cos \varphi}{\sin(\varphi - u)}$ est indépendant de φ , c'est-à-dire, pour $u = 90^{\circ}$ ou 270° .

I. a' est nul pour $i = 0$ (incidence normale). Les franges sont nettes pour $p = -n(l + d') + 0^{\circ},05$. La localisation disparaît lorsqu'on emploie une fente parallèle à l'arête de la lame ($\psi = u$).

II. α' est infini.

1° Lorsque la lame est à faces parallèles ($\alpha = \infty$) : la localisation a lieu à l'infini. Elle disparaît avec une fente normale au plan d'incidence ($\psi = 90^\circ$).

2° Lorsque l'angle d'incidence est l'angle limite ($\cos r = 0$). Les premières franges sont donc visibles à l'infini. La localisation disparaît encore avec une fente normale au plan d'incidence. Ce cas est difficile à réaliser : il faut employer une lame d'angle très faible sans quoi les franges cessent d'être visibles à une trop petite distance de la limite de la réflexion totale.

III. Lorsque l'arête de la lame est normale au plan d'incidence ($\cos u = 0$), celui-ci est un plan de symétrie. En faisant par exemple $u = 90^\circ$, les franges sont nettes pour

$$p = -n\alpha' - n(l + d') + 0^\circ, 05.$$

Si $u = 270^\circ$, il suffit de changer le signe de α' . La localisation disparaît avec une fente normale au plan d'incidence.

Vérifications expérimentales. — La cuve dans laquelle est immergé le système producteur des franges a pour base un carré de 16^e,32 de côté, y compris l'épaisseur des lames de verre qui ont 0^e,60 d'épaisseur. Elle est fermée par un couvercle métallique traversé en son milieu par un axe vertical ; cet axe repose à la partie inférieure sur une crapaudine, et il entraîne avec lui un cercle divisé mobile devant un vernier placé sur le couvercle de la cuve ; on pourra ainsi mesurer les angles d'incidence à 1' près. Cet axe, interrompu en son milieu, forme un diamètre d'une bague métallique dont le plan est vertical. Une seconde bague concentrique peut tourner dans la première. C'est à celle-ci qu'est fixé le système des deux lames de verre comprenant entre elles la lame mince. La bague mobile porte un index, et la bague fixe une graduation de 5° en 5°. On peut ainsi évaluer l'angle u à 1° près, ce qui est bien suffisant. L'appareil est disposé de telle sorte que, lorsque les lames sont en place, l'axe de rotation passe par le plan de la lame mince. Celle-

ci est comprise entre deux plans de verre qui ont 4° de côté et $0^{\circ},5$ d'épaisseur. Pour rendre la lame mince prismatique, les deux plans de verre sont en contact par un de leurs côtés, tandis que les côtés opposés sont maintenus à une petite distance par un fil de platine. Si l'on veut obtenir une lame à faces parallèles, il suffit de maintenir les lames écartées par deux morceaux d'un même fil.

La cuve est installée à l'extrémité du banc d'optique. Sur celui-ci est installée la lunette déjà décrite. De l'autre côté est placée la fente éclairée par la flamme d'un brûleur contenant du chlorure de sodium. La fente entraîne avec elle un index mobile sur un cercle gradué pour la mesure des angles ψ .

L'appareil doit d'abord être réglé de manière que les faces de la cuve soient normales à l'axe optique de la lunette, ce qui se fait par la méthode déjà indiquée; cette méthode m'a permis de constater que les faces de la cuve sont très sensiblement parallèles. Pour pouvoir mesurer les angles d'incidence, il est nécessaire de connaître la division à laquelle s'arrête l'index, lorsque l'incidence est normale, ce qu'il est facile d'obtenir par la même méthode. Il faut enfin obtenir l'origine des angles u et ψ . J'amène d'abord l'arête de la lame à être normale au plan d'incidence, et pour cela je cherche à la placer de telle manière que, pour toutes les incidences, les franges soient visibles sans employer de fente. On arrive ainsi à orienter l'arête à moins de 1° près. Ce résultat étant obtenu, on fait tourner la fente jusqu'à ce que la localisation disparaisse; l'angle ψ est alors droit.

Visibilité sans fente. — Le seul cas qui se prête à des vérifications numériques est celui où, la lame étant prismatique, son arête est normale au plan d'incidence. J'ai cherché à vérifier la loi de variation du point où se produit la localisation en fonction de l'angle d'incidence.

Remarquons d'abord que lorsque l'incidence varie, α et l varient un peu, à cause de la réfraction qui se produit au point A (*fig. 5*). Ce qui reste fixe c'est le point G où l'axe optique rencontre la lame mince. L'appareil, en effet, a été réglé de manière que ce point se trouve sur l'axe de rotation. Pour cela, la double lame a été rem-

placée par une simple lame de verre sur laquelle le centre de la bague mobile a été marquée au burin. Il suffit alors de disposer l'appareil de manière que la lunette pointe ce milieu sous l'incidence normale.

Soit alors a , la distance constante du point G à l'arête.

On a

$$a = a_1 + BG = a_1 + h(tg\ i - tg\ r') .$$

La distance de GR étant de $8^{\circ},16$,

$$l = GR - GA = 8^{\circ},16 - \frac{h}{\cos i} .$$

La localisation se produira donc à la distance

$$p = - \left(a_1 + h(tg\ i - tg\ r') \right) \frac{\cos^2 i \sin r}{\cos^2 r} - nd' + \frac{n h}{\cos i} = 6^{\circ},07.$$

Pour chaque expérience p et i sont connus. On peut tirer a_1 de l'équation précédente ; cette quantité doit rester constante.

On avait $h = 0^{\circ},5$. L'indice de l'eau pour la raie D est 1,3324. Celui du verre peut être pris égal à 1,5. On en déduit

$$n = 0,7505 \qquad n' = 1,12.$$

Voici les résultats d'une série d'expériences :

i	p	a
$48^{\circ}.20'$	— 124,3	$2^{\circ},40$
47.20	— 33,6	$2,39$
46.20	— 21,9	$2,39$
44.20	— 11,87	$2,43$
39.20	— 10,29	$2,40$
38.30	— 9,94	$2,39$
34.20	— 8,86	$2,41$
33.37	— 8,75	$2,42$
28.42	— 8,04	$2,40$
Moyenne...		$2,404$

On remarquera que dans le cas actuel $\frac{\cos^2 i \sin r}{\cos^2 r}$ n'a pas de maximum. Cette quantité décroît continuellement de zéro à l'infini

lorsque l'angle i varie depuis l'incidence normale jusqu'à l'incidence limite. p varie donc aussi toujours dans le même sens. Aussi, peut-on observer des franges localisées à de fort grandes distances de la lame mince.

Cas général. — Lorsque l'arête de la lame est oblique par rapport au plan d'incidence, l'emploi d'une fente devient nécessaire. Ce sont alors les formules (3) et (4) qu'il faut employer

Donnant à p une série de valeurs connues, on détermine dans chaque cas la valeur de ψ qui rend les franges nettes.

L'appareil était disposé de telle manière qu'une variation de l'angle u ne modifie pas la distance a , pourvu que l'incidence reste constante. Il faut pour cela que le point B (fig. 5) soit au centre de la bague mobile. Pour obtenir ce résultat, on a remplacé la double lame par une simple lame de verre au dos de laquelle le centre de la bague a été marqué au burin; puis on dispose l'appareil de manière à ce que, sous l'incidence que l'on a choisie, la lunette pointe ce milieu. Je rapporterai le résultat des mesures faites sous l'incidence

$$i = 42^{\circ} 52'.$$

on a alors

$$d = 0^{\circ} 55,$$

$$d' = 0^{\circ} 48,$$

$$l = 7^{\circ} 54.$$

D'où l'on déduit

$$R\lambda = 6^{\circ} 02,$$

$$R\lambda' = 5^{\circ} 97.$$

La distance de la fente à la cuve était

$$\sigma = 8^{\circ} 20.$$

Les équations (3) et (4) deviennent alors :

$$\left\{ \begin{aligned} tg \varphi &= tg u + \frac{n a'}{(p + 5,97) \cos u} \\ tg \psi &= \frac{tg \varphi}{\cos i} \cdot \frac{1 + \frac{14,22}{p + 6,02}}{1 + \frac{14,17}{p + 5,97}} \end{aligned} \right.$$

Tout est directement mesurable excepté α' . Pour obtenir sa valeur, j'ai pris quatre des observations qui m'ont paru les plus satisfaisantes, et portant dans les équations précédentes les valeurs de ψ et de p j'en ai déduit 4 valeurs voisines de α' dont la moyenne est $\alpha' = 6^{\circ},70$. Je donnerai seulement les résultats de deux séries d'expériences, qui mettent en évidence la concordance entre la théorie et l'observation.

$u = 180''$

p'	ψ (obs.)	ψ (calc.)
∞	0°	$0^{\circ},0'$
$- 89^{\circ},64$	6°	$6^{\circ},21'$
$- 46,64$	43	12.50
$- 34,34$	48	18.4
$- 12,52$	53	54.37
$- 10,30$	63	64.11
$- 7,78$	78	78.46
$- 5,94$	90	90.0
$- 4,65$	98	97.55
$- 3,03$	108	107.26
$+ 0,16$	123	123.21
$+ 3,41$	138	135.42
$+ 12,8$	153	153.35
$+ 25,17$	163	163.24
$+ \infty$	180	180

$u = 330$

∞	142°	$141^{\circ},45'$
$- 327,7$	140	140.34
$- 111,1$	139	138.18
$- 49,18$	135	133.58
$- 32,31$	132	129.54
$- 10,26$	108	107.3
$- 7,77$	98	98.35
$- 6,09$	90	89.30
$- 3,07$	68	70.55
$- 0,94$	48	51.21
$+ 4,43$	33	35.47
$+ 2,66$	23	24.20
$+ 7,50$	0	0.14
$+ 15,10$	162	164.16
$+ 25,1$	155	156.0
$+ 35,1$	152	152.7
$+ 62,2$	148	147.41
$+ 105,5$	143	145.16

CHAPITRE III

ÉTUDE DES CAS OU, LA FENTE ÉTANT DU CÔTÉ DE LA SOURCE LUMINEUSE, SON ORIENTATION DÉPEND DE SA DISTANCE A L'APPAREIL INTERFÉRENTIEL.

La théorie générale indique que si la fente éclairante est placée du côté de la source, son orientation peut dépendre de sa distance à l'appareil interférentiel. C'est d'ailleurs ce que montrent les formules établies dans les chapitres précédents, car, dans le cas des lames minces ou des franges d'Herschel, l'équation qui lie l'orientation ψ de la fente à la distance D qui définit le point visé contient aussi la longueur Δ qui définit la position de la fente. Toutefois, les variations de ψ lorsqu'on fait varier Δ seraient, dans ces deux cas, extrêmement faibles, et par suite difficiles à étudier, à moins d'employer pour limiter la lame mince des lames de verre d'une très grande épaisseur.

Je me propose, dans ce chapitre, d'étudier plus complètement ces phénomènes, et de vérifier les conséquences de la théorie dans un cas particulièrement favorable à leur production.

Imaginons un phénomène d'interférence quelconque que l'on observe au moyen d'une lunette dont l'axe optique est une droite PA . Si la lunette vise un point P de cet axe il faut, pour voir nettement les franges, n'utiliser que les couples de rayons dont le rayon moyen est contenu dans un certain plan F , qui passe par PA , et dont l'orientation dépend de la position du point P sur cet axe. Supposons que l'on cherche à obtenir ce résultat en

limitant la source lumineuse par une fente ; ce procédé est souvent le seul applicable à cause des phénomènes de diffraction qui se produisent lorsque la fente est placée du côté de l'observateur.

Soit SA' le rayon moyen qui, après avoir traversé l'appareil interférentiel, prend la direction PA . Les rayons qui aboutissent en P , voisins de l'axe optique, et contenus dans le plan F , formaient avant leur passage dans l'appareil interférentiel un élément de surface réglée dont SA est une génératrice. La fente, dont le milieu S est sur SA' doit être tangente à cette surface réglée. Son orientation dépend donc *en général* de la position qu'occupe son milieu sur la droite SA' .

Les plans tangents aux différents points d'une surface réglée tournent suivant la même loi que ceux d'un parabolôide. Soit Δ la distance du point S à une origine fixe choisie sur SA' . Si ψ désigne l'angle du plan tangent en S à la surface réglée avec un plan fixe contenant aussi SA' , cet angle est fonction de Δ , et l'on a

$$(1) \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{N \Delta + M}{N' \Delta + M'},$$

M, N, M', N' étant des constantes qui dépendent de l'appareil et de la position du point P sur l'axe optique.

Si l'on suppose la fente normale à SA' l'équation (1) donne l'orientation de la fente elle-même.

Par un choix convenable de l'origine des longueurs Δ et du plan origine des angles ψ l'équation (1) peut être ramenée à la forme plus simple

$$(2) \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{\Delta}{h}.$$

L'équation (1) ou l'équation (2) qui peut la remplacer résout le problème suivant : *Comment varie l'orientation de la fente lorsque l'on fait varier seulement sa distance à l'appareil interférentiel ?* Les franges pourront être rendues nettes soit par une orientation convenable de la fente si Δ est donné, soit en la déplaçant parallèlement à elle-même si son orientation est donnée. La forme

de la relation qui lie ψ et Δ montre que les deux problèmes ont toujours une solution et une seule.

Il faut mettre à part le cas assez souvent réalisé où la surface réglée définie plus haut est un cône ou un cylindre (h nul ou infini), car alors la distance Δ n'a plus d'influence sur l'orientation de la fente. C'est ce qui arrive toutes les fois que le point P est l'image à travers l'appareil interférentiel d'un certain point de la droite SA'.

Supposons maintenant que la fente soit fixe en distance et en orientation.

Nous allons montrer que si l'on déplace le point P sur la droite PA on trouvera en général *deux* positions de ce point pour lesquelles les franges seront nettes.

Les rayons issus des différents points de la fente et qui vont passer au point P forment à leur arrivée en ce point un élément de surface conique dont PA est une génératrice. Soit M le plan tangent à ce cône le long de la génératrice SA. Pour que les franges soient nettes, il faut que le plan M se confonde avec le plan F relatif au point P. Nous savons déjà suivant quelle loi l'orientation du plan F dépend de la position du point P. Il est nécessaire de résoudre la même question pour le plan M.

Prenons à cet effet un système de coordonnées dont l'axe des z soit la droite PA. Le point P sera défini par sa distance D à l'origine. Soient

$$\begin{cases} x = az + p, \\ y = bz + q, \end{cases}$$

les équations d'un rayon qui, issu d'un point de la fente infiniment voisin de S, aboutit en P. Cette droite devant passer en P on a :

$$(3) \quad p = -aD,$$

$$(4) \quad q = -bD.$$

Dire que ce rayon a rencontré la fente, cela revient à se donner une relation entre a, b, p, q . Comme ces quantités sont infiniment petites, la relation qui les lie sera linéaire :

$$\alpha a + \beta b + \gamma p + \delta q = 0.$$

Enfin, si θ est l'angle que fait le plan M avec zox , on aura

$$(6) \quad tg \theta = \frac{b}{a}.$$

Eliminant a, b, p, q entre les équations homogènes (3), (4), (5), (6), on a l'expression de θ en fonction de D :

$$(7) \quad tg \theta = -\frac{\gamma D - \alpha}{\delta D - \beta}.$$

On sait d'ailleurs que l'azimut φ du plan F est donné par une équation de même forme

$$(8) \quad tg \varphi = -\frac{PD - A}{QD - B}.$$

Ecrivant que $\varphi = \theta$, on a une équation du deuxième degré en D :

$$(9) \quad (\gamma D - \alpha)(QD - B) - (\delta D - \beta)(PD - A) = 0.$$

Il y a donc en général deux positions de visibilité.

Deux cas exceptionnels méritent une mention spéciale.

1° Si l'appareil est tel que la fente ait une image, le plan M contient toujours cette image, et par suite θ est indépendant de D. La condition de netteté se réduit à

$$tg \varphi = \text{constante}.$$

Elle s'abaisse au premier degré ; tout se passe comme dans le cas où la fente est du côté de l'observateur, ce qui était évident. Des deux racines de l'équation (9) l'une correspond à l'image elle-même de la fente, et il est clair que si l'on vise cette image aucune frange n'est visible.

2° Si l'on a $\frac{A}{P} = \frac{B}{Q} = m$, l'orientation du plan F ne dépend pas de la position du point P. L'équation (9) devient :

$$(D - m) \left[(\gamma D - \alpha) Q - (\delta D - \beta) P \right] = 0.$$

Les franges sont nettes pour $D = m$; c'est la position pour laquelle les franges sont visibles sans employer de fente, et qui est indépendante de toutes les conditions relatives à la fente. Mais il

existe une autre position de visibilité, qui dépend au contraire de la position et de l'orientation de la fente.

Le premier de ces cas particuliers est réalisé lorsque l'on observe les franges du biprisme, des miroirs de Fresnel, d'une lame mince de verre à faces planes. Il l'est à très peu près dans le cas d'une lame mince comprise entre deux lames de verre, pourvu que ces lames ne soient pas trop épaisses.

Pour réaliser le deuxième cas, prenons une lame mince dont l'arête soit normale au plan d'incidence ; elle sera éclairée par une source de lumière monochromatique limitée par une fente. Si l'on interpose entre la fente et la lame une lentille cylindrique dont les génératrices soient obliques sur le plan d'incidence, on trouvera les deux positions de visibilité dont nous venons de démontrer l'existence.

Pour étudier commodément la manière dont varie l'orientation de la fente avec sa distance j'ai employé l'appareil suivant :

Sur des supports du banc d'optique étaient placés une fente mobile sur un cercle gradué, éclairée par une lumière monochromatique ; une lentille cylindrique dont un cercle divisé donne l'orientation des génératrices ; un biprisme et enfin une loupe de Fresnel. La règle divisée donne les distances respectives de ces appareils ; les deux cercles divisés donnent l'orientation de la fente et des génératrices de la lentille, pourvu que l'on ait déterminé les zéros des cercles. Pour amener la fente à être parallèle à l'arête du biprisme, il suffit de supprimer la lentille et de faire tourner la fente jusqu'à ce que les franges soient nettes. On amènera ensuite les génératrices de la lentille à être parallèles à la direction ainsi donnée à la fente : il suffit pour cela de supprimer le biprisme et de faire tourner la lentille jusqu'à ce qu'elle donne une image nette de la fente.

Cela posé, si la fente et la lentille sont orientées d'une manière quelconque, on trouve une position de la loupe et une seule pour laquelle les franges sont nettes ⁽¹⁾. Les franges sont localisées. Elles

(1) La 2^{me} position (franges visibles sans fente) correspondrait au cas où la loupe serait au point sur l'arête même du biprisme ; il est clair que dans cette position les franges sont invisibles.

se troublent si l'on déplace la fente en direction ou en distance. La position de visibilité ne dépend pas de la distance du biprisme à la lentille, pourvu qu'il reste en avant de celle-ci.

Soient M le point visé, Mx la droite qui le joint au milieu S de la fente, droite qui est normale au biprisme et à la lentille, et qui rencontre celle-ci en O ; B l'arête du biprisme que nous supposons verticale pour fixer les idées; OG la direction des génératrices de la lentille cylindrique, que nous supposons infiniment mince. Cherchons la condition pour que la frange centrale soit nette. Il faut pour cela que le point M ne reçoive que des couples de rayons dont la diffé-

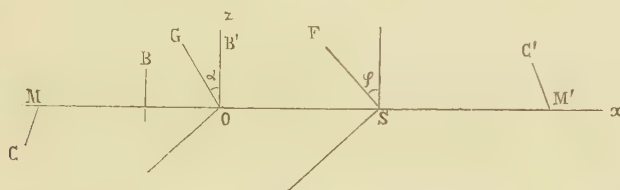


Fig. 6.

rence de marche soit nulle; les rayons moyens correspondants doivent rencontrer l'arête du biprisme. Avant la réfraction, les rayons qui concourent en M doivent donc rencontrer la parallèle B' menée par le point O à l'arête du biprisme. Ces rayons rencontrent en outre les deux lignes focales C et C' d'un pinceau de rayons issus de M et voisins de Mx . L'une de ces lignes est une perpendiculaire à G menée par M ; l'autre est parallèle à G et passe par le conjugué M' du point M par rapport à la lentille.

Les trois droites C , C' et B' parallèles à un même plan déterminent un paraboloïde. Tous les rayons qui aboutissent en M doivent, avant de traverser l'appareil, faire partie de ce paraboloïde. La fente doit donc lui être tangente, et, comme nous la supposons normale à ox , elle sera l'une de ses génératrices.

Pour exprimer cette condition prenons trois axes de coordonnées rectangulaires, l'origine étant en O , l'axe des x étant la droite Mx , et dirigé en sens inverse de la propagation de la lumière, enfin OB' étant pris pour axe des z . Soient :

— p l'abscisse du point M

p' celle du point conjugué M' définie par la relation $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$

α l'angle de G avec Os

$$\begin{cases} y = z \operatorname{tg} \varphi \\ x = a \end{cases}$$

les équations de la fente.

Il faut exprimer que les quatres droites :

$$\text{C}' \begin{cases} x = p', \\ y = z \operatorname{tg} \alpha, \end{cases} \quad \text{C} \begin{cases} x = -p, \\ y = -z \operatorname{cotg} \alpha, \end{cases} \quad \text{B}' \begin{cases} x = o, \\ y = o, \end{cases} \quad \text{F} \begin{cases} x = a, \\ y = z \operatorname{tg} \alpha, \end{cases}$$

sont sur une même parabolôide.

Le calcul ne présente aucune difficulté et conduit à l'équation

$$\operatorname{tg} (\varphi - \alpha) = \frac{p(a - p')}{p'(a + p)} \operatorname{tg} \alpha,$$

ou, en exprimant p' en fonction de p

$$\operatorname{tg} (\varphi - \alpha) = \frac{p(a - f) - af}{f(p + a)} \operatorname{tg} \alpha.$$

Cette équation résout complètement le problème. Elle permet de déterminer l'une des quantités φ , α , p , a , lorsque les trois autres sont données.

Pour vérifier cette formule, j'ai laissé fixes deux des quantités qui y entrent, et j'ai étudié la variation de la troisième en fonction de la quatrième. Toutes les mesures ont donné des résultats conformes aux prévisions de la théorie. J'indiquerai seulement les résultats de quelques séries des mesures.

On avait $f = 5^{\circ}, 14$.

I. p et α varient seuls ; on étudie suivant quelle loi varie l'orientation de la fente avec sa distance.

1^o $\alpha = 0$ p quelconque.

φ est nul quel que soit α , résultat évident a priori.

$$2^{\circ} \quad \alpha = 8^{\circ},5 \quad p = 52^{\circ},50.$$

α	φ (obs.)	φ (calc.)
29,00	29	28,7
24,00	27	26,7
19,00	24	22,9
14,00	17	18,2
9,00	13	12,7

$$3^{\circ} \quad \alpha = 38^{\circ},5 \quad p = 32^{\circ},50.$$

α	φ (obs.)	φ (calc.)
34,00	99	99,1
29,00	97	96,1
24,00	91	91,8
19,00	85	85,2
14,00	75	74,2
9,00	54	55,0

$$4^{\circ} \quad \alpha = 90^{\circ} \quad p \text{ quelconque.}$$

La théorie montre que l'on doit avoir $\varphi = 0$ quel que soit α , résultat que l'expérience confirme.

II. p et α sont constants ; on étudie la variation de l'orientation de la fente en fonction de l'orientation de la lentille. La formule qui lie ces deux quantités est de la forme $\operatorname{tg} (\varphi - \alpha) = K \operatorname{tg} \alpha$.

$$p = 32^{\circ},50 \quad \alpha = 19^{\circ},00.$$

α	φ (obs.)	φ (calc.)
0°	0°	0°,0
8,5	20	19,8
28,5	64	64,4
48,5	106	105,0
68,5	141	142,0
88,5	177	177,4
90	180	180,0

III. Enfin, pour mettre en évidence la *localisation* des franges, j'ai fait une série de mesures dans laquelle p et φ varient seuls : on

se donne la position de la loupe, et on cherche l'orientation de la fente qui rend les franges nettes.

$$\alpha = 45^\circ \qquad p = 19^{\text{c}},00.$$

p	φ (obs.)	φ (calc.)
17 ^c ,77	83°	82°,2
22,50	89	90,8
27,50	95	94,8
32,50	97	98,2
42,50	103	102,3
52,50	105	104,7

Pour observer les deux positions de visibilité que prévoit la théorie dans le cas le plus général, il suffit de modifier un peu l'appareil précédent, en plaçant la lentille cylindrique entre le biprisme et la loupe. La théorie est absolument semblable à celle qui précède ; il suffira d'en donner le résultat.

Si b est la distance du biprisme à la lentille, les autres lettres ayant la même signification que ci-dessus, les franges seront nettes si l'on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg}(\varphi - \alpha) = \frac{(p + b)(a - p')}{(p' - b)(a + p)} \operatorname{tg} \alpha, \quad p' \text{ étant défini par l'équation} \\ \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}. \end{array} \right.$$

En éliminant p' entre ces deux équations, on aura une équation du 2^{me} degré en p .

La discussion complète de cette équation n'offrant pas un grand intérêt, je me bornerai à étudier un cas particulier, pour montrer l'allure générale du phénomène.

Supposons données les longueurs a, b, f , ainsi que l'angle α et prenons $\alpha = 45^\circ$ $a = 8f$ $b = 4f$. Cherchons comment varient les positions de netteté, lorsqu'on fait varier l'orientation de la fente.

Si nous posons $\frac{p}{f} = x$, les seules variables seront x et φ , et ces variables seront liées par l'équation

$$x^2(5 \operatorname{tg} \varphi + 20) + 20 x \operatorname{tg} \varphi - 32 \operatorname{tg} \varphi = 0.$$

Le tableau suivant résume la discussion de cette équation.

φ	x
$\varphi = 0$	Deux valeurs de x nulles.
$\varphi < 158^\circ$	Une valeur de x positive, une négative.
$\varphi = 158^\circ$	Une valeur de x infinie ; l'autre égale à 1,60.
$166^\circ > \varphi > 158^\circ$	Deux valeurs positives.
$\varphi = 166^\circ$	Une seule valeur, $x = 3,20$ (racine double).
$180^\circ > \varphi > 166^\circ$	Aucune valeur réelle de x .

Pour observer les franges, lorsque x est négatif, il est nécessaire d'employer une lunette au lieu d'une loupe ; elles ne sont d'ailleurs observables que si les faisceaux interférents se superposent, ce qui n'a pas toujours lieu pour les valeurs négatives de x .

DEUXIÈME PARTIE

ÉTUDE DE L'ORIENTATION DES FRANGES D'INTERFÉRENCE

Feussner a le premier remarqué que si l'on observe au moyen d'une lunette les franges d'une lame mince prismatique, elles ne paraissent pas, en général, se projeter sur la lame suivant les lignes d'égale épaisseur (1). Le raisonnement par lequel il cherche à expliquer ce phénomène peut être ramené au suivant.

Considérons uniquement les directions moyennes qui passent par le centre optique de la lunette d'observation. Si nous considérons en particulier celles qui correspondent à des épaisseurs égales, elles ne correspondent pas à des incidences égales. Les divers points du plan focal de la lentille rencontrés par leurs prolongements n'appartiennent donc pas à une même frange. Une frange est l'intersection du plan focal par le cône, lieu des directions telles que le produit $2ne \cos r$ reste constant.

On voit tout ce qu'un pareil raisonnement présente d'incomplet, puisque Feussner laisse de côté tous les *rayons moyens* qui rencontrent l'objectif en d'autres points que le centre optique. Il ne devient exact que dans un cas tout particulier, celui où les franges sont rendues nettes par l'interposition d'une fente convenablement orientée et fixée contre l'objectif même de la lunette.

Il est en effet facile de constater que si l'on déplace parallèlement à elle-même la fente que nous savons être nécessaire pour

(1) Feussner. *Wied Ann.*, t. XIV, p. 545, 1881, et *Journ. de Phys.*, 2^e série, t. I, p. 186.

rendre les franges nettes, l'orientation des franges varie. C'est là un fait parfaitement net et contradictoire avec la théorie de Feussner.

On voit que le phénomène observé par Feussner est plus complexe qu'il ne pensait ; il est, de plus, général ; quel que soit l'appareil interférentiel employé, l'orientation des franges ne dépend pas uniquement de l'appareil interférentiel lui-même, mais dépend en général de toutes les conditions de l'expérience, et avant tout de la position de la fente qui rend les franges nettes.

La théorie générale de ces phénomènes, que je me propose d'établir dans ce qui suit, peut être rattachée directement à celle de la visibilité des franges.

Considérons, en effet, un appareil interférentiel quelconque. Supposons qu'on l'éclaire au moyen d'une ouverture très petite S percée dans un écran E . Nous recevons les franges sur un écran E' ; nous savons que dans ces conditions les franges présentent une netteté parfaite dans tous les cas. L'une d'elles passe par un certain point P de l'écran E' et peut, au voisinage de P , être confondue avec sa tangente PF . Cette frange est le lieu des points tels que la différence de marche des couples de rayons interférents issus de S et qui y aboutissent, reste constante.

Imaginons alors que l'on intervertisse les positions de la source et de l'observateur ; en d'autres termes, la fente et la source lumineuse sont placées du côté de l'écran E' et les franges viennent se peindre sur l'écran E .

Nous savons qu'il faudra pour obtenir des franges nettes au voisinage de S , limiter la source par une certaine fente que nous supposerons contenue dans le plan E' et passant par le point P . La condition qui définit l'orientation de la fente est que la différence de marche des couples de rayons envoyés au point S par les différents points de la fente soit constante. En vertu du principe du retour inverse des rayons, la direction que nous devons donner à cette fente ne sera autre que PF . Donc :

Pour obtenir la direction de la frange qui passe par un point P d'un écran E , l'appareil étant éclairé par un point lumineux S , il suffit de chercher quelle devrait être l'orientation d'une fente dont

le milieu serait en P, et située dans le plan E, pour que les franges fussent nettes en S.

Nous avons supposé dans ce qui précède que la source éclairante se réduisait à un point lumineux. Nous pourrions, sans altérer les résultats, le remplacer par une fente dont le milieu coïncide avec ce point, mais à la condition quelle soit orientée de manière à donner des franges nettes au point P, car cette fente produit exactement le même effet que son milieu. Réciproquement, nous pourrions, dans ce qui suit, faire abstraction de la fente, supposée réglée pour la visibilité, et la réduire à son milieu.

Tout résultat obtenu dans la théorie de la visibilité donnera donc un résultat correspondant relatif à l'orientation des franges, en intervertissant les rôles des points éclairants et éclairés. Nous placerons en regard les théorèmes correspondants pour mieux faire ressortir l'analogie.

Deux cas se présentent :

I. La fente destinée à rendre les franges nettes est placée du côté de l'observateur.

VISIBILITÉ DES FRANGES

Pour un tirage donné de la lunette l'orientation de la fente qui rend les franges nettes est indépendante de sa distance à l'observateur.

Si l'on fait varier le point visé, l'orientation de la fente qu'il faut introduire pour rendre les franges nettes varie. Si D est la distance du point visé à un point fixe pris sur l'axe optique, et φ l'angle de la fente avec un plan fixe passant par cet axe, on a

$$(1) \quad tg \varphi = \frac{A - PD}{B - QD},$$

A, P, B, Q étant quatre constantes.

ORIENTATION DES FRANGES

L'orientation des franges est indépendante de la position du point visé sur l'axe optique de la lunette.

Si l'on fait varier la distance de la fente à l'objectif de la lunette, l'orientation des franges varie. Si ψ désigne l'angle qu'elles font avec un plan fixe passant par l'axe optique, et Δ la distance du milieu de la fente à une origine fixe prise sur cet axe, on a :

$$(1') \quad tg \psi = \frac{\alpha - \beta \Delta}{\gamma - \varepsilon \Delta}.$$

Par un choix convenable de l'origine des Δ et du plan origine des angles ψ on peut ramener l'équation (1') à la forme plus simple

$$(2) \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{\Delta}{\pi}.$$

π étant une longueur constante.

Il peut être avantageux d'introduire la fente entre l'objectif et l'oculaire de la lunette : la fente peut alors être regardée comme l'image dans l'objectif d'une fente dont le milieu est en S' ; les formules ci-dessus s'appliquent en remplaçant Δ par la distance du point S' à l'origine. Grâce à cette disposition, Δ peut varier de $+\infty$ à $-\infty$, et les franges peuvent prendre toutes les orientations possibles par un simple déplacement parallèle de la fente.

Ces résultats ne souffrent d'exception que lorsqu'il y a absence de localisation. Examinons ce dernier cas.

Il peut se faire que, pour un tirage convenable de la lunette, les franges soient visibles sans employer de fente ; elles sont localisées dans un certain plan.

Dans ce cas, si la fente est parallèle aux franges que l'on observe dans le plan de localisation, les franges cessent d'être localisées.

Si la fente est dans le plan de localisation, les franges disparaissent sur l'écran, où l'on ne voit alors qu'une teinte uniforme.

Les franges ont toujours la même direction, quelle que soit la position de la fente ; sa direction est la même que celle des franges que l'on observe dans le plan de localisation, auquel cas la fente est inutile.

II. La fente est placée entre l'appareil interférentiel et la source lumineuse.

Si le point S donne à travers l'appareil interférentiel une image S' tout se passe comme dans le cas précédent ; la distance Δ se rapporte au point S' .

En général les choses se passent autrement.

VISIBILITÉ DES FRANGES

L'orientation de la fente qui rend les franges nettes dépend non seulement de la position du point visé, mais encore de la distance du milieu de la fente à une origine fixe.

Le lieu des fentes qui rendent les franges nettes pour un tirage donné de la lunette est un paraboloïde.

ORIENTATION DES FRANGES

L'orientation des franges dépend en général non seulement de la position de la fente éclairante, mais encore du tirage de lunette.

Pour une position donnée du plan qui contient la fente, les tangentes aux franges sont les génératrices d'un paraboloïde.

Quant à la loi de variation de l'orientation des franges lorsque l'on déplace la fente éclairante, elle est beaucoup plus compliquée, et se déduirait facilement des formules établies dans le chapitre précédent.

Vérifications expérimentales. — Deux séries d'expériences ont été faites dans le but de vérifier les principales conséquences de la théorie qui précède.

I. *Franges des lames minces prismatiques.* — Je supposerai la fente placée du côté de l'observateur. Les résultats seraient très peu modifiés, si elle était placée du côté de la source lumineuse, car les rayons qui émergent de l'appareil interférentiel donnent très sensiblement une image virtuelle de la fente, pourvu que la lame de verre qui surmonte la lame mince n'ait pas une trop grande épaisseur.

Les formules données par M. Macé de Lépinay pour trouver les conditions de netteté des franges, et qui ont été rappelées dans un chapitre précédent, nous dispenseront de refaire les calculs.

Soient D la distance du milieu de la fente (ou de la petite ouverture qui en tient lieu) à la face antérieure de la lame épaisse, comptée sur le rayon qui aboutit au point visé ; ψ l'angle des franges avec le plan d'incidence. Les autres lettres conserveront la même signification. On aura les deux équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} tg \psi = \frac{tg \varphi}{\cos i} \frac{D + d'}{D + d}, \\ \frac{\sin (\varphi - u)}{\cos \varphi} = \frac{a \frac{\cos^2 i \sin r}{n \cos^2 r}}{D + d'}. \end{array} \right.$$

qui donneront ψ en éliminant φ . Tirant $tg \varphi$ de la deuxième et portant dans la première, il vient :

$$(1) \quad tg \psi = \frac{a'}{(D + d) \cos i \cos u} + \frac{tg u}{\cos i} \frac{D + d'}{D + d},$$

en posant pour simplifier

$$a' = a \frac{\cos^2 i \sin r}{n \cos^2 r}. \quad (2)$$

J'étudierai comment varie l'orientation des franges, lorsque l'on fait varier successivement l'une des quantités D, a, i, u , les autres restant constantes.

1° *Variation avec la position de la fente.* — L'appareil est disposé et réglé comme pour les mesures relatives à la localisation des franges. L'oculaire de la lunette peut tourner autour de son axe, et un index qui lui est fixé indique l'orientation de l'un des fils du réticule. On amène ce fil à être parallèle aux franges, dont on a ainsi l'orientation.

L'appareil étant réglé, on place la fente sur un support du banc d'optique. Dans bien des cas, il suffit d'employer une plaque métallique percée d'une petite ouverture, ce qui dispense de tout réglage pour rendre les franges nettes. J'ai vérifié que l'orientation des franges était bien la même qu'avec une fente.

Il est facile de constater que l'orientation des franges ne dépend pas de la position du point visé : si l'on modifie le tirage de la lunette, il faut modifier l'orientation de la fente pour que les franges restent nettes, mais elles reprennent toujours la même orientation.

Si, au contraire, on déplace la fente parallèlement à elle-même, les franges resteront nettes mais leur orientation sera variable.

Il sera donc inutile dans les expériences de vérification de s'occuper de la position du point visé : on le choisira de manière à ce que les franges se présentent dans les conditions de netteté, d'éclairement et d'écartement les plus favorables pour les mesures.

Voici le résultat d'une de mes séries de mesures.

Les constantes étaient :

$$\begin{aligned} h &= 2^{\circ}, & n' &= 1,5, & i &= 45^{\circ}, & \text{d'où} & d' &= 1^{\circ},51, & d &= 0^{\circ},97, \\ a &= 7^{\circ},38, & n &= 1, & & \text{d'où} & a' &= \operatorname{atg} i = a, & u &= 177^{\circ},5. \end{aligned}$$

La formule à vérifier est alors

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{7^{\circ},49}{D + 1^{\circ},51} - 0,0615 \frac{D + 1,51}{D + 0^{\circ},97}.$$

D	ψ (obs.)	ψ (calc.)	D	ψ (obs.)	ψ (calc.)
8,69	35 ⁰	33.55'	* — 10,41	137 ⁰	136.55'
10,47	30	29.33	* — 6,51	123	122.39
13,00	25	24.26	* — 5,49	115	115.28
16,00	20	20.7	* — 2,09	95	94.25
20,00	16	15.58	* — 4,48	90	89.46
27,00	12	11.22	* + 4,06	72	70.41
37,00	8	7.35	* + 2,63	60	60.14
* 75,9	2	2.2	* + 4,91	50	47.52
* 186,5	0	4.16			
* ∞	177	176.29			
* — 59,0	170	169.9			
* — 14,47	147	147.22			

* La fente est placée entre l'objectif et l'oculaire.

2° Variation avec a .

Pour faire varier a , il suffit d'élever ou d'abaisser la plateforme qui porte les lames. Toutes choses égales d'ailleurs, les franges sont d'autant plus inclinées sur les lignes d'égale épaisseur que l'axe optique de la lunette rencontre la lame mince plus loin de l'arête. Ce fait avait déjà été signalé par Feussner.

3° Variation avec l'incidence.

La loi de variation de ψ en fonction de i est surtout intéressante

dans le cas où l'indice de la lame est différent de 1. Le facteur $\frac{a'}{\cos i}$ passe par un maximum lorsque l'angle i varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$; il en est de même de l'angle des franges avec le plan d'incidence.

J'ai remplacé dans l'appareil précédent le système de lames de verre par une lamelle de microscope donnant des franges bien rectilignes. Cette lame pouvait tourner autour d'une de ses normales, en sorte que l'on pouvait faire varier l'angle u aussi bien que l'angle d'incidence.

On avait

$$a = 18^{\circ},01, \quad n = 1,527, \quad h = d = d' = 0.$$

J'ai fait

$$u = 0, \quad D = 10^{\circ},36.$$

En substituant ces données dans l'équation (1), il vient :

$$(3) \quad tg \psi = 1,73 \frac{\sin 2i}{3,67 + \cos 2i}.$$

i	ψ (obs.)	ψ (calc.)
13,2	10°	9° 37'
23,2	16	16.7
29,9	19	19.43
34,2	21	21.49
42,4	24	24.35
53,0	26	26.6
62,1	24	24.37
69,1	22	21.37
73,8	18	17.45

Le maximum d'inclinaison des franges doit avoir lieu d'après l'équation (3) pour $i = 55^{\circ} 43'$, et la valeur correspondante de ψ serait $\psi = 26^{\circ} 9'$.

4° *Variation avec u .*

J'ai pris

$$D = 10^{\circ},56 \quad i = 45^{\circ}.$$

On doit avoir alors

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{0,471}{\cos u} + 1,414 \operatorname{tg} u .$$

"	ψ (obs.)	ψ (calc.)
0	25°	25.14'
13	40	39.1
33	56	55.56
63	76	75.18
90	90	90.0
123	109	108.12
153	128	128.39
180	154	154.46
203	5	5.2
248	66	65.57
270	89	90.0
323	116	116.27
343	144	143.50
360	25	25.14

II. Pour étudier le cas où la fente éclairante est placée du côté de la source lumineuse, je me suis servi de l'appareil formé par une lentille cylindrique et un biprisme, la lentille étant placée du côté de la source.

Soient S le point éclairant (ou le milieu de la fente); M le point visé. La droite SM rencontre la lentille en O et l'arête du biprisme en B. Comptons les distances à partir du point O dans le sens de la propagation de la lumière.

Soient

— p l'abscisse du point S,

p' l'abscisse du point conjugué de S par rapport à la lentille, déterminée par la formule

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

b l'abscisse du point B,

a celle du point M.

Enfin soit α l'angle des génératrices de la lentille avec l'arête du biprisme, arête que nous supposons verticale.

Si l'on renverse les rôles des points éclairants et éclairés, on retombe sur un appareil déjà étudié (la lentille est du côté de l'observateur). Il suffit donc d'appliquer une formule déjà trouvée, et l'angle ψ des franges avec l'arête du biprisme est donnée par l'équation :

$$\operatorname{tg}(\psi - \alpha) = - \frac{(p + b)(p' - a)}{(p + a)(p' - b)} \operatorname{tg} \alpha.$$

On voit que l'angle ψ dépend de la distance a . L'orientation dépend donc du tirage de la lunette. Lorsque $a = b$ (on vise l'arête du biprisme), les franges sont verticales; elles ne sont visibles en réalité que si l'on vise un peu en avant de l'arête. Dès que l'on s'écarte de cette position, les franges s'inclinent. Exceptionnellement, si α est égal à 0° ou 90° , les franges restent constamment verticales.

Voici les résultats d'une série de mesure. On avait :

$$\begin{aligned} f &= 5^{\circ}, 14, & p &= 2f = 10^{\circ}, 3, & p' &= 2f = 10^{\circ}, 3, \\ b &= 4f = 20^{\circ}, 6, & \alpha &= 45^{\circ}. \end{aligned}$$

L'expression de ψ devient en y introduisant ces données

$$\operatorname{tg}\left(\psi - \frac{\pi}{4}\right) = 3 \frac{10,3 - a}{10,3 + a}.$$

a	ψ (obs.)	ψ (calc.)
22,3	— 2°	— $2.51'$
27,9	— 9	— 9.7
36,5	— 15	— 14.14
43,2	— 17	— 16.32
57,0	— 20	— 19.24

La manière dont varie l'orientation des franges lorsque l'on fait tourner la lentille cylindrique, toutes les autres pièces de l'appareil

restant fixes, est assez intéressante à étudier. Les seules quantités variables sont alors les angles α et ψ . Si l'on pose

$$q = -\frac{(\rho + b)(\rho' - a)}{(\rho + a)(\rho' - b)},$$

quantité qui reste constante, on aura :

$$(1) \quad tg(\psi - \alpha) = q \, tg \, \alpha.$$

Cette équation définit l'angle ψ en fonction de l'angle α .

Elle est susceptible d'une représentation géométrique fort simple. Soit en effet XX' une droite parallèle à l'arête de biprisme, origine des angles ψ et α . Prenons sur cette droite deux points O et A dont la distance soit égale à l'unité. Menons par le point O une parallèle OM à la direction des génératrices de la lentille ($XOM = \alpha$) et par le point A une parallèle à la direction correspondante des franges ($XAM = \psi$). Ces deux droites se rencontrent en M. Si l'angle α varie, le point M décrit une courbe, et cette courbe représentera fort nettement la loi de variation de ψ en fonction de α . Or le lieu du point M est facile à trouver: menons en effet AP et MR perpendiculaires à OM. On a

$$tg(\psi - \alpha) = \frac{AP}{MP},$$

$$tg \alpha = \frac{AP}{OP}.$$

Substituant, dans l'équation (1), on a

$$\frac{OP}{OM} = q.$$

Or

$$\frac{OP}{MP} = \frac{AR}{OA}.$$

Donc

$$\frac{OA}{AR} = q,$$

et comme par hypothèse $OA = 1$,

$$AR = \frac{1}{q},$$

et par suite

$$OR = 1 + \frac{1}{q}.$$

Donc le point R est fixe, et comme l'angle RMO est droit par construction, le lieu du point M est le cercle décrit sur OR comme diamètre. Son diamètre est $1 + \frac{1}{q}$.

L'allure du phénomène dépend de la position du point R, et par suite de la valeur de q .

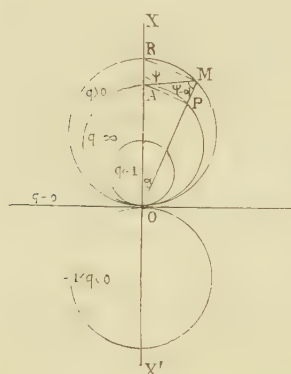


Fig. 7.

Si $q = \infty$, le cercle passe en A : les franges sont constamment normales aux génératrices de la lentille.

$q > 0$. Le point A est à l'intérieur du cercle ; les franges tournent dans le même sens que la lentille, et font un demi-tour pendant que la lentille tourne d'un angle droit.

$q = 0$. Le rayon du cercle est infini ; les franges sont toujours parallèles aux génératrices de la lentille.

$-1 < q < 0$. Les franges ne font qu'osciller entre deux positions extrêmes lorsque la lentille fait un tour complet. Si les génératrices sont d'abord verticales, les franges s'inclineront dans le même sens qu'elles lorsque la lentille tournera dans un sens ou dans l'autre.

$q = -1$. Les franges sont toujours verticales, le rayon du cercle étant nul.

$q < -1$. Les franges oscillent entre deux positions extrêmes, mais en sens inverse du cas précédent.

Selon les valeurs données à p , p' , a et b , on trouvera l'un des cas qui viennent d'être indiqués.

TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE DES FRANGES D'INTERFÉRENCE EN DEHORS DES CONDITIONS DE NETTETÉ PARFAITE

Nous nous sommes occupés jusqu'ici exclusivement des cas où les franges d'interférence présentent une netteté parfaite, ce qui nous a conduits à employer un point lumineux ou une fente éclairante convenablement orientée. Il nous reste à étudier ce qui se passe lorsque ces conditions ne sont pas réalisées, en particulier lorsque la source éclairante a une étendue finie dans tous les sens

Nous aurons à étudier deux cas bien distincts :

1° Si la partie utilisée de la source est la même pour tous les points du champ de l'appareil d'observation, l'orientation des franges ne dépend pas de la forme des écrans qui limitent la source lumineuse ; leur netteté seule en dépend, et nous montrerons qu'elle subit des variations périodiques lorsque l'on modifie progressivement, soit la forme des ouvertures, soit la position du point visé.

2° Si au contraire la partie utilisée de la source varie d'un point à un autre du champ — et cela se produira forcément si *tous les points* de la partie découverte de la source lumineuse n'envoient pas deux ondes aux différents points du plan focal de la lunette — l'orientation des franges dépendra de la forme et de la position des ouvertures qui limitent la source. Si, par exemple, elle se réduit à une fente, son orientation influera sur l'orientation des franges en même temps que sur leur netteté.

CHAPITRE I

LA PARTIE UTILISÉE DE LA SOURCE EST LA MÊME POUR TOUS LES POINTS DU CHAMP

Soit un appareil interférentiel quelconque, éclairé par une lumière monochromatique. La partie utilisée de la source lumineuse est limitée à un certain nombre d'ouvertures, données de forme et de position, percées dans un écran plan P.

On observe les franges au moyen d'une lunette ou d'une loupe ; soit P' le plan dont les points donnent une image nette, O' le point de ce plan dont l'image se fait au milieu de ce champ (1). Nous supposons que tous les points de la partie découverte de la source envoient deux rayons au point O', et qu'en outre, tous ces rayons tombent sur l'objectif de la lunette et parviennent finalement au point de la rétine de l'observateur où se fait l'image du point O'. En un mot, ce sont les ouvertures du plan P qui, seules, contribuent à limiter la source. Il est clair que si ces conditions sont remplies, la partie utilisée de la source sera la même pour tous les points du champ voisins du point O'.

Prenons dans le plan P deux axes coordonnées rectangulaires yOx et, dans le plan P', deux axes $y' O' x'$.

Un point M (x, y) du plan P envoie deux ondes au point M' ($x' y'$) du plan P'. Ces deux ondes présentent une différence de marche Δ , fonction de x, y, x', y' .

(1) Si l'on observait les franges par diffusion sur un écran, P' serait le plan de cet écran, et il faudrait porter son attention sur les points de l'écran voisins d'un certain point O'.

Si nous supposons la partie découverte de la source peu étendue autour du point O, on peut écrire

$$\Delta = \Delta_1 + Ax + By.$$

Δ_1 , différence de marche des ondes envoyées par le point O au point M' est une fonction des coordonnées x' , y' de ce point.

L'orientation de l'axe Oy étant à notre choix, nous pouvons en profiter pour faire disparaître le terme en y dans l'expression de Δ : il suffit de choisir l'axe des y dans la direction qu'il faudrait donner à une fente étroite pour produire des franges nettes au point O ; Δ devant être le même pour tous les points de cette fente, cette quantité doit devenir constante lorsque x est nul ; donc B est nul et l'on a

$$(1) \quad \Delta = \Delta_1 + \alpha x.$$

Le coefficient α a une signification physique simple : Si l'on imagine un point lumineux placé en O', il donnera sur l'écran P un système de franges parallèles à Oy ; si e désigne la distance de deux franges consécutives, on aura $\alpha = \frac{\lambda}{e}$, λ étant la longueur d'onde de la lumière employée.

Cela posé, un élément $dx dy$, voisin du point M, donnera au point M' une intensité lumineuse

$$\left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}\right) dx dy.$$

L'intensité totale en M' sera donc

$$\iint (1 + \cos 2\pi \frac{\Delta}{\lambda}) dx dy.$$

Δ ayant la valeur (1) et l'intégrale étant étendue à toute la surface découverte du plan P.

Soit : $S = \iint dx dy$ la surface totale des ouvertures. Nous pouvons sans inconvénient diviser par ce facteur constant l'expression de l'intensité et écrire :

$$I = 1 + \frac{1}{S} \iint \cos 2\pi \frac{\Delta_1 + \alpha x}{\lambda} dx dy.$$

Développant le cosinus et posant

$$(2) \quad \begin{cases} F = \iint \sin 2\pi \frac{\alpha x}{\lambda} dx dy, \\ G = \iint \cos 2\pi \frac{\alpha x}{\lambda} dx dy, \end{cases}$$

il vient

$$I = 1 + \frac{1}{S} \left(G \cos 2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda} - F \sin 2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda} \right).$$

Cette expression peut se mettre sous la forme :

$$(3) \quad I = 1 + V \cos \left(2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda} + \varphi \right),$$

en posant

$$(4) \quad V = \frac{\sqrt{F^2 + G^2}}{S}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{F}{G}.$$

L'équation (3) indique d'une façon complète ce qui se passe autour du point O' : elle donne, en effet, l'intensité lumineuse en chaque point du plan P' en fonction de ses coordonnées.

La forme même de cette équation va nous conduire à quelques conséquences.

1° Les maxima de lumière ont lieu pour

$$2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda} + \varphi = 2K\pi.$$

Les franges brillantes auront donc pour équation

$$\Delta_1 = \left(K - \frac{\varphi}{2\pi} \right) \lambda.$$

Si le point O éclairait seul leur équation serait

$$\Delta_1 = K\lambda$$

La différence consiste en un déplacement d'une fraction de frange $\frac{\varphi}{2\pi}$, fraction qui dépend de la forme des ouvertures.

On voit donc que l'orientation des franges ne dépend pas de la forme des ouvertures, mais que la position des franges en dépend.

Les franges ont la même position que celles qui seraient fournies par un point lumineux pris dans le plan P et ayant une abscisse égale à $\frac{\varphi\lambda}{\pi\alpha}$, ou par une fente parallèle à oy et ayant même abscisse.

2° L'intensité lumineuse varie entre $1 + V$ et $1 - V$.

Les franges seront d'autant plus nettes que V sera plus voisin de l'unité. Elles n'existent pas si $V = 0$ et sont parfaites si $V = 1$, les minima étant alors complètement obscurs (1).

A cause de cette propriété, j'appellerai V le *coefficient de visibilité* des franges au point O' .

Analogie avec les formules de diffraction des ondes planes.

— Les quantités V et φ se déduisent des intégrales F et G . Ces intégrales sont de même forme que celles que l'on rencontre dans la théorie de la diffraction des ondes planes. Pour bien montrer cette analogie, imaginons qu'une onde plane tombe normalement sur l'écran P, et prenons son amplitude égale à 1. Cherchons ce qui se passe dans une direction faisant un angle D avec la normale à l'écran et dont la projection sur ce plan soit parallèle à Ox . On aura un mouvement vibratoire d'amplitude A et de phase ψ . Si l'on pose

$$\begin{cases} F' = \iint \sin 2\pi \frac{x \sin D}{\lambda} dx dy, \\ G' = \iint \cos 2\pi \frac{x \sin D}{\lambda} dx dy, \end{cases}$$

ces intégrales étant étendues à toute la surface libre du plan P, on aura :

$$A = \sqrt{F'^2 + G'^2}, \quad \text{tg } \psi = \frac{F'}{G'}.$$

(1) V ne peut d'ailleurs dépasser l'unité en valeur absolue. Cela est évident, d'après la manière dont on l'a obtenue, car I , somme de quantités positives, ne saurait jamais être négatif. Il est d'ailleurs facile de le démontrer en partant de son expression (4).

Si la direction a été prise de telle manière que $\sin D = \alpha$, F' et G' sont respectivement égaux à F et G , et, par suite,

$$V = \frac{A}{S}, \quad \varphi = \psi.$$

Si donc le problème de diffraction a été résolu pour un certain écran, celui qui nous occupe le sera aussi, bien que les deux phénomènes n'aient, au fond, rien de commun.

On peut déduire de cette analogie dans les formules l'existence générale de phénomènes périodiques dans la visibilité des franges, en s'appuyant sur les lois connues des phénomènes de diffraction.

Lorsque D varie, A passe par une série de maxima et de minima. De même si, dans l'expérience d'interférence, on fait varier le coefficient α , on verra les franges apparaître et disparaître périodiquement. Cette variation de α peut, dans certains cas, être obtenue par un simple déplacement de l'appareil d'observation, son axe optique restant fixe dans l'espace ⁽¹⁾.

Si, laissant D constant, on modifie la forme des ouvertures en les laissant semblables à elles-mêmes, l'amplitude passera par une série de maxima et de minima. Si donc on laisse fixe le plan P' dans lequel on observe les franges, et si l'on modifie la forme des ouvertures du plan P en les laissant semblables à elles-mêmes, on verra se succéder une série d'apparitions et de disparitions des franges.

Nous allons appliquer la théorie qui précède aux formes d'ouvertures les plus simples.

OUVERTURE RECTANGULAIRE

Supposons que la partie découverte de la source soit limitée par une fente de largeur a parallèle à Oy , cet axe étant à égale distance de ses côtés. L'expression de l'intensité lumineuse devient

(1) On remarquera que si α est nul, on a $V = 1$, quelle que soit la forme des ouvertures de l'écran. Δ est alors indépendant de x et de y ; on est dans un cas de localisation sans fente, et on sait qu'alors la forme des ouvertures n'influe pas sur la netteté des franges. Ce cas correspond, dans le phénomène de diffraction à celui où l'on observe sous l'incidence normale ($D = 0$). On sait qu'alors $A = S$.

$$I = 1 + \frac{\sin \pi \frac{ax}{\lambda}}{\pi \frac{ax}{\lambda}} \cos 2\pi \frac{\Delta_1}{\lambda}.$$

Le coefficient de visibilité a pour expression

$$V = \frac{\sin \pi \frac{ax}{\lambda}}{\pi \frac{ax}{\lambda}}.$$

Il dépend des quantités a , x et λ . Nous allons étudier comment varie la netteté lorsque l'on fait varier chacune de ces quantités.

1. *Influence de la largeur de la fente.* — Examinons ce qui se passe lorsqu'on élargit progressivement la fente.

Si a est très petit, $V = 1$. Les franges sont parfaitement nettes.

Si a augmente, V diminue; les franges se troublent sans se déplacer. Pour $a = \frac{\lambda}{\alpha}$, V s'annule, et les franges disparaissent.

a continuant à augmenter, V devient négatif; les franges reparaissent, mais les franges noires auront pris la place des franges brillantes et réciproquement. Le deuxième maximum de netteté a lieu pour $a = 1,43 \frac{\lambda}{\alpha}$, et V aura la valeur $-0,22$. Les franges seront donc moins nettes qu'elles n'étaient avec une fente étroite.

Les franges disparaîtront de nouveau pour $a = 2 \frac{\lambda}{\alpha}$, pour reparaître ensuite dans leur position primitive, ainsi de suite.

D'une façon générale, les franges sont invisibles lorsque $a = K \frac{\lambda}{\alpha}$, K étant un nombre entier autre que zéro. Entre deux disparitions successives, les franges reparaissent, et les maxima de netteté ont lieu à très peu près pour $a = \left(K + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{\alpha}$ (exactement lorsque $\pi \frac{ax}{\lambda} = tg \pi \frac{ax}{\lambda}$); mais les apparitions seront de moins

en moins nettes, les valeurs maxima de V en valeur absolue étant successivement :

$$1, \quad 0,21, \quad 0,13, \quad 0,09, \quad 0,07 \dots$$

Enfin, entre une apparition et la suivante il y a inversion des franges ⁽¹⁾.

II. *Influence de la variation de α .* — Les quantités a et α entrent d'une manière symétrique dans l'expression de V . Si donc on fait varier α sans modifier la largeur de la fente, on observera des phénomènes identiques à ceux qui viennent d'être décrits.

Cette variation de α peut être obtenue en faisant varier le tirage de la lunette d'observation. Toutefois l'expérience n'est réalisable que lorsqu'il y a absence de localisation avec une fente linéaire ; dans le cas général il faudrait, pour chaque tirage de la lunette, rectifier l'orientation de la fente, car elle est toujours par hypothèse parallèle à la direction qu'il faudrait donner à une fente étroite pour obtenir le maximum de netteté. L'absence de localisation se produit en particulier lorsque les points O et O' se trouvent dans un même plan de symétrie de l'appareil. Il est possible de déterminer dans ce cas la forme de la relation qui lie α à la position du point visé, sans faire aucune hypothèse sur la nature de l'appareil interférentiel.

Prenons comme plan de la figure le plan de symétrie. Soit $OR\dots R'O'$ le *rayon moyen* envoyé par le point O au point O' ; il est tout entier dans le plan de la figure. Si l'on imagine un pinceau de rayons issus de O et voisins de



Fig. 8.

R , ce pinceau aura à l'émergence deux lignes focales, dont une, K , normale au plan de symétrie.

Comme la fente est elle-même normale à ce plan, on verra une

(1) Dans un travail récent dont je n'avais pas eu connaissance, M. A.-A. Michelson a signalé l'existence de ces apparitions périodiques dans le cas des franges d'Young. (*On the application of Interference Methods to astronomical Measurements*. Phil. Mag. 5^e série, t. xxx, p. 1.)

image nette de la fente si l'on vise le point K. La position du point O' sera définie par la distance $KO' = D$. Cette distance est directement mesurable.

Cela posé, prenons un point M de la fente situé à une distance infiniment petite x du point O. Soit Δ la différence de marche des ondes envoyées par le point M au point O', et $MR_1 \dots R'_1 O'$ le rayon moyen envoyé par M en O'. Les rayons issus de M donneront, comme ceux qui sont issus de O, une ligne focale K_1 , infiniment voisine de K, et normale au plan de symétrie. Si x_1 est la distance du point K_1 au rayon R'_1 , on aura forcément $x_1 = mx$ m étant une constante, puisque x et x_1 sont des infiniments petits.

On sait que Δ ne dépend que des paramètres qui définissent le rayon R'_1 , à savoir l'angle φ qu'il fait avec R' et la distance x_1 . On peut donc écrire $\Delta = F(\varphi, x_1)$, et comme φ et x_1 sont des infiniments petits

$$\Delta = \Delta_0 + A\varphi + Bx_1.$$

Mais $\varphi = \frac{x_1}{D}$. Donc $\Delta - \Delta_0 = \left(\frac{A}{D} + B\right)x_1 = \left(\frac{A'}{D} + B'\right)x$, en posant

$$Am = A' \quad Bm = B'.$$

Par suite

$$\alpha = \frac{\Delta - \Delta_0}{x} = \frac{A'}{D} + B'.$$

L'une des deux constantes peut être déterminée de la manière suivante : Soit H le point où les franges sont localisées lorsque la source est étendue. Posons $KH = c$, distance qui est directement mesurable aussi.

Si le point O' était en H on aurait $\alpha = 0$. Donc α s'annule pour $D = c$, et par suite $B' + \frac{A'}{c} = 0$. D'où $A' = -B'c$, et

$$\alpha = B' \left(1 - \frac{c}{D}\right).$$

Telle est la forme de la relation qui lie α et D. Il suffira, dans chaque cas particulier, de déterminer la constante B' , et, pour cela,

de déterminer α pour une valeur particulière de D . Si, par exemple, on fait $D = \infty$ on aura

$$B' = \alpha.$$

Les disparitions des franges ont lieu pour $\alpha = K \frac{\lambda}{a}$, K étant un entier autre que zéro positif ou négatif, ou en remplaçant α par sa valeur, pour $B' \left(1 - \frac{c}{D}\right) = K \frac{\lambda}{a}$ d'où

$$D = \frac{c}{1 - K \frac{\lambda}{B'a}}.$$

Les disparitions d'ordre négatif sont comprises entre le point H et le point K, et s'avancent du premier point vers le second à mesure que leur numéro d'ordre devient plus élevé. Celles dont le numéro d'ordre est positif sont comprises en dehors du segment HK, et s'éloignent aussi du point H à mesure que leur numéro d'ordre augmente. Deux disparitions de même ordre, l'une positive et l'autre négative, sont conjuguées harmoniques l'une de l'autre par rapport au segment HK, car si l'on a

$$D = \frac{c}{1 - K \frac{\lambda}{B'a}}, \quad D_1 = \frac{c}{1 + K \frac{\lambda}{B'a}}.$$

On en déduit

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{D_1} = \frac{2}{c}.$$

Vérifications expérimentales des résultats qui précèdent.

— Tous les appareils interférentiels permettent d'observer les phénomènes qui viennent d'être étudiés. Les apparitions et disparitions produites en élargissant la fente sont surtout faciles à observer. Il suffit de rendre les franges bien nettes par l'emploi d'une fente étroite et d'élargir ensuite cette fente. J'ai pu observer les apparitions et disparitions successives avec les miroirs de Fresnel, les demi-lentilles de Billet, le biprisme, les fentes d'Young, les miroirs

de Jamin, les franges d'Herschel, (dans ces deux derniers cas il faut observer les franges ailleurs qu'à l'infini), des lames minces prismatiques dans différentes positions. Je citerai comme particulièrement commode, pour ce genre d'expériences, l'appareil formé par une lame prismatique d'air comprise entre deux plans de verre, l'arête de la lame étant normale au plan d'incidence. Si l'appareil est éclairé avec une fente étroite normale aussi au plan d'incidence, les franges sont visibles à toute distance ; si l'on élargit la fente, les apparitions périodiques se produisent très nettement.

Cet appareil est aussi le plus propre à montrer les apparitions dues à la variation de α . Il a l'avantage que les faisceaux interférents se superposent toujours, quel que soit le tirage de la lunette, ce qui n'aurait pas lieu, par exemple, avec les miroirs de Fresnel.

Vérifications numériques. — Il faut pour pouvoir vérifier numériquement les résultats qui précèdent, que le coefficient α puisse être calculé en partant des données numériques de l'expérience.

1° *Lame prismatique dans la position qui vient d'être indiquée.*

Supposons que le plan qui contient les deux côtés de la fente soit normal au rayon moyen envoyé par le point O' au point O. On voit immédiatement que si le point O' est à l'infini, on a $\alpha = 2\varepsilon$, ε étant l'angle des faces de la lame. On a donc en général

$$\alpha = 2\varepsilon \left(1 - \frac{c}{D}\right).$$

Si l'on élargit la fente, les disparitions devront avoir lieu pour

$$a = K \frac{\lambda}{\alpha} = K \frac{\lambda}{2\varepsilon} \frac{1}{1 - \frac{c}{D}}.$$

Le plan d'incidence est horizontal, et la lunette d'observation est celle qui a déjà été décrite, en sorte que l'on peut déterminer c et D . La largeur de la fente peut être modifiée au moyen d'une vis micro-

métrique dont le tambour gradué donne la largeur au centième de millimètre. Elle est éclairée par la flamme d'un brûleur contenant du chlorure de sodium.

La quantité $\frac{\lambda}{2\varepsilon}$ est facile à déterminer : si l'on observe les franges sous l'incidence normale, $\frac{\lambda}{2\varepsilon}$ est égal à la distance qui sépare deux franges consécutives. Pour mesurer cette distance, on observe les franges au moyen d'un microscope horizontal monté sur la plateforme de la machine à diviser, et on mesure l'espace occupé par 20 franges par exemple. L'appareil est éclairé par la lumière réfléchie sur une lame de verre à 45°; on peut aussi observer les franges par transmission.

Voici les résultats de quelques expériences :

$$\frac{\lambda}{2\varepsilon} = 0^{\text{mm}},237, \quad (\varepsilon = 4'17'').$$

I	D = 18°,41,	c = 4°,21.		
			α (obs.)	α (calc.)
			^{mm}	
	1 ^{re} disparition.....		0,32	0,31
	2 ^e —		0,61	0,61
	3 ^e —		0,91	0,92
	4 ^e —		1,22	1,23
II	D = 24°,15,	c = 4°,21.		
			α (obs.)	α (calc.)
			^{mm}	
	1 ^{re} disparition.....		0,31	0,29
	2 ^e —		0,58	0,57
	3 ^e —		0,84	0,86
	4 ^e —		1,14	1,14
	5 ^e —		1,43	1,43
III	D = 34°,16,	c = 4°,21.		
			α (obs.)	α (calc.)
			^{mm}	
	1 ^{re} disparition.....		0,29	0,27
	2 ^e —		0,55	0,54
	3 ^e —		0,79	0,81

IV	D = 10°, 45,	c = 15°, 49.		
		α (obs.)	α (calc.)	
	1 ^{re} disparition.....	0,50 ^{mm}	0,49	
	2 ^e —	1,02	0,98	
	3 ^e —	1,52	1,47	
V	D = 18°, 06,	c = 15°, 49.		
		α (obs.)	α (calc.)	
	1 ^{re} disparition.....	1,59 ^{mm}	1,66	
VI	D = 22°, 19,	c = 15°, 49.		
		α (obs.)	α (calc.)	
	1 ^{re} disparition.....	0,83 ^{mm}	0,78	
	2 ^e —	1,66	1,57	
VII	D = 27°, 16,	c = 15°, 49.		
		α (obs.)	α (calc.)	
	1 ^{re} disparition.....	0,58 ^{mm}	0,55	
	2 ^e —	1,15	1,10	
VIII	D = 32°, 16,	c = 15°, 49.		
		α (obs.)	α (calc.)	
	1 ^{re} disparition.....	0,46 ^{mm}	0,49	
	2 ^e —	0,93	0,91	
	3 ^e —	1,37	1,47	

La concordance est satisfaisante.

J'ai fait, avec ce même appareil, quelques séries de mesures en faisant varier α . La fente a alors une largeur connue et constante, et on cherche pour quels tirages de la lunette les franges disparaissent. Les disparitions doivent se produire pour

$$D = \frac{c}{1 - K \frac{\lambda}{2 \varepsilon x}}$$

On avait

$$\frac{\lambda}{2\varepsilon} = 0^{\text{mm}}, 197, \quad c = 22^{\text{c}}, 1.$$

I $a = 1^{\text{mm}},$

K	D (obs.)	D (calc.)
+ 1	27, ^c 3	27, ^c 5
+ 2	35,7	36,5
— 1	18,4	18,5
— 2	15,6	15,9
— 3	13,5	13,9

II $a = 2^{\text{mm}},$

K	D (obs.)	D (calc.)
+ 1	24, ^c 4	24, ^c 5
+ 2	27,0	27,5
— 1	19,8	20,1
— 2	18,6	18,5
— 3	17,3	17,2

Les pointés ne se faisant pas avec une grande précision, la concordance peut être regardée comme satisfaisante.

2° *Miroirs de Fresnel.* Supposons les miroirs réglés de manière à donner naissance à la frange centrale. Le point H est alors l'arête des miroirs. La distance c est la distance de la fente à cette arête, et D est la distance du point visé aux images de la fente.

Si ε désigne l'angle des miroirs on a encore

$$\alpha = 2\varepsilon \left(1 - \frac{c}{D}\right).$$

Cette formule n'est qu'un cas particulier de celle qui a été établie dans le cas d'une lame mince; on y arriverait immédiatement en partant de la formule bien connue qui donne l'écartement des franges.

Les distances c et D se mesurent comme dans le cas précédent.

Pour avoir ε , j'ai déterminé l'écartement des franges en plaçant l'oculaire de Fresnel dans une position connue.

J'ai trouvé $\varepsilon = 0,00182$ ($= 6' 17''$).

I	$D = 15^{\circ},35,$	$c = 11^{\circ},35.$		
			α (obs.)	α (calc.)
	1 ^{re} disparition.....		0,21 ^{mm}	0,20
	2 ^e —		0,40	0,40
II	$D = 20^{\circ},69,$	$c = 11^{\circ},35.$		
			α (obs.)	α (calc.)
	1 ^{re} disparition.....		0,13 ^{mm}	0,11
	2 ^e —		0,24	0,23
	3 ^e —		0,35	0,34
	4 ^e —		0,47	0,46
III	$D = 26^{\circ},35,$	$c = 11^{\circ},35.$		
			α (obs.)	α (calc.)
	1 ^{re} disparition.....		0,10 ^{mm}	0,09
	2 ^e —		0,20	0,18

Les apparitions et disparitions obtenues en faisant varier le tirage de la lunette sont plus difficiles à observer. Celles dont le numéro d'ordre est négatif ne sont plus du tout observables, à cause du manque de superposition des faisceaux interférents.

3° *Franges d'Herschel* produites par une lame mince d'air à faces parallèles au voisinage de la réflexion totale.

L'étude de ces franges va nous conduire à des résultats assez curieux parce que le coefficient α varie rapidement d'un point à l'autre du champ.

Pour ne pas compliquer inutilement les calculs, nous examinons le cas d'une lame d'air d'épaisseur uniforme e isolée au sein d'une masse liquide indéfinie d'indice n ; en d'autres termes, nous négligerons l'influence des réfractions produites sur les lames de

verre qui limitent la lame d'air, ainsi que celles qui se produisent à l'entrée et à la sortie de la cuve qui contient le liquide. Le calcul complet montre d'ailleurs que ces réfractions n'altèrent en rien les résultats que nous allons obtenir.

Les franges seront observées par transmission.

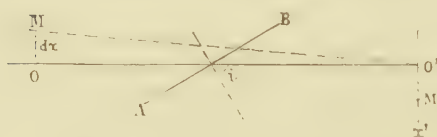


Fig. 9.

Soient O, le milieu de la fente éclairante, normale au plan d'incidence; AB le plan de la lame mince. La différence de marche des ondes envoyées par

le point O à un certain point O' est $\Delta = 2e \cos r$ (1) l'angle r étant défini par l'équation $\sin r = n \sin i$ (2) dans laquelle i est l'angle d'incidence du rayon OO' et n l'indice de l'eau.

Soit M un point de la fente situé à une distance dx du point O. On a

$$\alpha = \frac{d\Delta}{dx} = -2e \sin r \frac{dr}{dx} = -2e \sin r \frac{dr}{di} \frac{di}{dx}.$$

Or d'après l'équation (2)

$$\frac{dr}{di} = n \frac{\cos i}{\cos r}.$$

D'ailleurs

$$-di = OO'M = \frac{dx}{D},$$

en appelant D la distance OO'. En substituant dans l'expression de α il vient

$$\alpha = 2n \frac{e}{D} \cos i \operatorname{tgr} r.$$

Cette expression peut se simplifier si l'angle i est très voisin de l'angle limite, et par suite r très voisin de $\frac{\pi}{2}$. Posons $i = i_0 - \epsilon$, i_0 étant l'angle limite ($\sin i_0 = \frac{1}{n}$) et ϵ un angle très petit.

On a alors

$$\sin r = n \sin (i_0 - \epsilon) = 1 - n\epsilon \cos i_0.$$

L'angle $\frac{\pi}{2} - r$ étant très petit, on peut écrire

$$\sin r = \cos \left(\frac{\pi}{2} - r \right) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - r \right)^2.$$

Donc

$$1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - r \right)^2 = 1 - n \varepsilon \cos i_0.$$

D'où

$$\frac{\pi}{2} - r = \sqrt{2n\varepsilon \cos i_0}$$

$$\operatorname{tgr} = \cot g \left(\frac{\pi}{2} - r \right) = \frac{1}{\frac{\pi}{2} - r}$$

puisque $\frac{\pi}{2} - r$ est très petit.

Donc

$$\operatorname{tgr} = \frac{1}{\sqrt{2n \cos i_0}}.$$

Enfin $\cos i$ peut être remplacé par $\cos i_0$. Substituant dans la valeur de α , il vient :

$$\alpha = \sqrt{2n \cos i_0} \frac{e}{D} \varepsilon^{-\frac{1}{2}}.$$

Si nous supposons que le point O' soit à la limite de la réflexion totale, la partie $O'x'$ du champ sera couverte de franges, l'autre partie ne recevra aucune lumière. Examinons ce qui se passe en un point M' situé à une distance x' du point O' . On a pour le rayon OM' qui aboutit en ce point

$$\varepsilon = \frac{x'}{D}.$$

Par suite

$$\alpha = \sqrt{2n \cos i_0} \frac{e}{\sqrt{D}} x'^{-\frac{1}{2}} = A x'^{-\frac{1}{2}}$$

A étant une quantité qui a la même valeur pour tous les points du champ.

Cela posé, supposons que la fente ait une largeur fixe a . Les

franges seront invisibles en tous les points du champ pour lesquels $\frac{ax}{\lambda} = K$, et par suite $x' = \frac{A^2 a^2}{\lambda^2} \frac{1}{K^2}$, K étant un nombre entier.

On aura dans le champ une série de bandes sans franges. Leurs distances à la limite de la réflexion totale sont comme les carrés des inverses des nombres entiers successifs. Elles sont donc de plus en plus serrées à mesure que l'on s'approche de la limite de la réflexion totale, ou que leur numéro d'ordre devient plus élevé.

Si l'on retrécit progressivement la fente, toutes ces bandes se déplacent simultanément vers la limite de la réflexion totale.

On peut, sans déplacer les autres pièces de l'appareil, amener les bandes successives à coïncider avec la croisée des fils de la lunette en faisant tourner la lame autour de l'axe de rotation vertical, ce qui fait varier l'angle ε correspondant à un point fixe du champ. Le cercle divisé qui se meut avec cet axe permet d'évaluer, avec une grande précision, la valeur de l'angle ε . Lorsque la bande d'ordre K coïncide avec la croisée des fils, on doit avoir

$$\varepsilon = \frac{B}{K^2},$$

B étant une constante qui dépend de la largeur de la fente, mais qui restera fixe pendant la durée d'une même série d'expériences. Les valeurs de ε , correspondantes aux bandes successives, doivent être comme les carrés des inverses des nombres entiers. J'ai trouvé :

1 ^{re} bande		ε 3 ^o .7'	187'	
2 ^e	—	49'	$\frac{187'}{4} = 47$	
3 ^e	—	23'	$\frac{187'}{9} = 21'$	

On apercevait bien encore d'autres bandes au-delà de la troisième, mais trop rapprochées et trop peu distinctes pour être pointées exactement.

III. *Phénomènes dus à la variation de λ .*

Eclairons la fente avec de la lumière blanche, et supposons d'abord qu'elle soit linéaire. Si les rayons de différentes couleurs ont parcouru le même chemin géométrique, Δ et α sont indépendants de λ . Recevons la lumière émergente sur la fente d'un spectroscope, orientée dans la direction des franges. On aura un spectre sillonné de franges d'autant plus serrées que Δ sera plus grand. Supposons qu'il y en ait au moins 20 à 30 dans le spectre visible.

Si l'on élargit progressivement la fente éclairante, la netteté des franges diminue, mais elle diminue moins vite dans le rouge que dans le violet. Pour $a = \frac{\lambda_1}{\alpha}$, λ_1 étant la longueur d'onde de la lumière violette, les franges auront disparu dans cette couleur du spectre, tandis qu'elles seront encore visibles dans les autres parties. Si l'on continue à élargir la fente, les franges reparaissent dans le violet et il y a dans le spectre une bande sans franges, qui s'avance du violet vers le rouge lorsque l'on élargit la fente. Elle *inverse* les franges partout où elle a passé. Cette bande se perd dans l'extrême rouge pour $a = \frac{\lambda_2}{\alpha}$, λ_2 étant la longueur d'onde des derniers rayons visibles.

Une deuxième bande sans franges apparaîtra dans le violet pour $a = 2 \frac{\lambda_1}{\alpha}$, et suivra le même chemin que la première, ensuite une troisième, et ainsi de suite. Les bandes sans franges se suivant dans le spectre à intervalles de plus en plus rapprochés, on en verra bientôt plusieurs qui cheminent ensemble du violet vers le rouge à mesure que l'on élargit la fente. A chaque réapparition, la netteté des franges devient moindre, et le phénomène finit par disparaître dans un éclairage uniforme.

Pour une largeur a de la fente, les bandes sans franges correspondent aux longueurs d'onde

$$\lambda = \frac{a\alpha}{K},$$

K étant un entier. La disposition de ces bandes dans le spectre est la même que celle des bandes brillantes que l'on obtiendrait si la fente du spectroscopie était éclairée par deux faisceaux lumineux, capables d'interférer et présentant une différence de marche

$$\delta = a_2.$$

Les phénomènes que nous venons de décrire, et qui se produisent en élargissant la fente, sont tout à fait comparables à ceux que l'on obtiendrait en faisant augmenter progressivement δ .

Pour observer les phénomènes qui viennent d'être décrits, je me suis servi d'une lame prismatique d'air, installée comme il a été dit. L'emploi de cet appareil est très commode pour toutes les expériences de ce genre. La fente était éclairée par la lumière solaire. La lumière réfléchi sur la lame mince était reçue sur la fente verticale d'un spectroscopie à vision directe. En faisant varier le point où se réfléchit la lumière sur la lame mince, on peut faire varier à volonté le nombre des franges contenues dans le spectre. L'expérience réussit bien avec une trentaine de franges.

Si l'on désigne par a_1 la largeur de la fente qui fait disparaître pour la première fois les franges dans une couleur de longueur d'onde λ , les disparitions suivantes doivent avoir lieu pour les largeurs $a_2 = 2a_1$, $a_3 = 3a_1$... Le rapport $\frac{a_1}{\lambda}$ doit de plus être constant.

J'ai cherché à vérifier numériquement ces résultats. A cet effet, j'ai noté les largeurs qu'avait la fente lorsque la première, puis la deuxième bande sans frange venait coïncider avec les raies G, F, b, D, C. L'opération a été faite d'abord en ouvrant puis en fermant la fente. On avait ainsi les valeurs de a_1 et de a_2 , et on devait avoir $\frac{a_2}{2} = a_1$. J'ai pris la moyenne a'_1 entre les nombres très peu différents a_1 et $\frac{a_2}{2}$, et j'ai vérifié que $\frac{a'_1}{\lambda}$ était constant.

Raies	λ	a_1	a_2	$\frac{a_2}{2}$	a'_1	$\frac{a'_1}{\lambda}$
G	4,31 10^{-4} mm.	20,8 10^{-2} mm.	39,7	19,8	20,3	4,7 10^3
F	4,86	23,5	44,3	22,1	22,8	4,7
b	5,18	25,0	48,1	24,0	24,5	4,7
D	5,89	28,0	52,1	26,0	27,0	4,6
C	6,56	30,7	58,5	29,3	30,0	4,6

FENTE LINÉAIRE MAL RÉGLÉE

Soit une fente de longueur l , dont le milieu est en O, et qui fait avec Oy un angle φ .

L'expression de l'intensité lumineuse devient :

$$I = 1 + \frac{\sin \pi \frac{\alpha l \sin \varphi}{\lambda}}{\pi \frac{\alpha l \sin \varphi}{\lambda}} \cos 2\pi \frac{\Delta_0}{\lambda}.$$

L'effet est le même que celui d'une fente parallèle à Oy, et ayant une largeur $\alpha = l \sin \varphi$, égale par suite à la projection de la fente sur l'axe O*x*.

Si l'on fait tourner la fente autour du point O, on verra se produire une série d'apparitions et de disparitions des franges. Il en sera de même si, laissant fixe l'orientation de la fente, on augmente progressivement sa longueur.

Dans certains cas, l'angle φ n'est pas le même en tous les points du champ ; c'est ce qui arrive toutes les fois que l'orientation qu'il faut donner à la fente pour avoir des franges nettes, dépend du point du champ que l'on examine ; en d'autres termes, lorsque les franges ne sont pas nettes à la fois en tous les points du champ ; $\sin \varphi$ est alors fonction des coordonnées $x' y'$ du point que l'on examine. En tous les points pour lesquels $\varphi = 0$ les franges seront parfaitement nettes ; au contraire, aux points pour lesquels $\sin \varphi = K \frac{\lambda}{l} \alpha$, les franges sont invisibles. On a donc une série de régions à franges invisibles, séparées par des régions à franges visibles.

Tout le système se déplace dans le champ lorsque l'on fait tourner la fente.

Nous trouvons un exemple de ce genre dans les miroirs de Fresnel, lorsque l'on observe dans le plan de symétrie, la fente étant inclinée dans le plan vertical qui contient l'arête des miroirs. On peut avoir alors, au milieu du champ, une série de franges nettes ; à droite et à gauche, une région dépourvue de franges ; au-delà, de nouvelles franges moins nettes que les premières, et ainsi de suite. Tout le système se déplace à droite ou à gauche lorsque l'on fait tourner la fente d'une petite quantité dans un sens ou dans l'autre.

CAS D'UN GRAND NOMBRE DE FENTES PARALLÈLES ET ÉQUIDISTANTES

Les réseaux donnant des franges de diffraction très brillantes, il est à prévoir que si l'on éclaire un appareil interférentiel avec un réseau on obtiendra des apparitions très nettes lorsque l'on fera varier α .

Soit e l'intervalle qui sépare deux traits consécutifs. D'après l'analogie de formules établies entre les phénomènes de diffraction et ceux que nous étudions en ce moment, les franges seront nettes lorsque l'on aura

$$\alpha = K \frac{\lambda}{e},$$

K étant un nombre entier, positif, négatif ou nul. Si les fentes sont assez nombreuses, les franges seront tout à fait invisibles entre deux apparitions successives.

On arriverait d'ailleurs immédiatement à l'équation qui précède en exprimant que les systèmes de franges produits par les différentes fentes coïncident.

Si l'appareil interférentiel présente un plan de symétrie, on a

$$\alpha = B' \left(1 - \frac{c}{D} \right).$$

Les apparitions se produisent pour

$$D = \frac{c}{1 - K \frac{\lambda}{B'e}}.$$

Les apparitions successives sont disposées comme l'étaient les disparitions dans le cas d'une fente de largeur $a=e$; il faut seulement joindre à ces dernières l'apparition d'ordre 0 qui coïncide avec le point H.

Ces apparitions s'observent très facilement avec la lame prismatique d'air qui nous a déjà servi. Le plan d'incidence étant horizontal, les traits du réseau doivent être verticaux. J'ai employé un réseau formé de 40 traits tracés, avec la machine à diviser, sur une lame de verre argentée. La distance des deux traits consécutifs était $e = 0^{\text{mm}},5$. La longueur $\frac{2\varepsilon}{\lambda}$ mesurée comme dans les expériences précédentes était de $0^{\text{mm}}197$. Par suite $\frac{\lambda}{2\varepsilon e} = 2,54$. Enfin $c = 16^{\circ}78$. En faisant varier le tirage de la lunette, j'ai pu pointer onze apparitions de franges et déterminer les distances D. Pour chacune d'elles, $2,54 \left(1 - \frac{c}{D}\right)$ doit se trouver égal au numéro d'ordre K de l'apparition.

$$\frac{\lambda}{2\varepsilon e} = 2,54. \quad c = 16^{\circ}78.$$

K	D	$2,54 \left(1 - \frac{c}{D}\right)$
+ 5	— 17,74	5 — 0,06
4	— 29,58	4 — 0,02
3	— 98,6	3 — 0,03
2	+ 76,16	2 — 0,02
1	+ 27,61	1,00
0	16,78	0
— 1	12,07	— 1 + 0,01
— 2	9,44	— 2 + 0,02
— 3	7,73	— 3 + 0,03
— 4	6,54	— 4 + 0,04
— 5	5,66	— 5 + 0,01

D'autres apparitions d'ordre plus élevé étaient encore visibles, mais pas assez nettement pour qu'on puisse les pointer avec exactitude.

La figure ci-contre montre la disposition des onze premières apparitions sur la droite HK.

Fig. 10.

Les expériences sont plus difficiles avec les miroirs de Fresnel ; la largeur totale du réseau ne doit pas dépasser une certaine limite, sans quoi un point donné du champ ne recevrait deux ondes que d'une partie des traits, les autres n'envoyant qu'un rayon et ne servant par suite qu'à noyer les franges dans un éclaircissement uniforme.

J'ai employé un réseau formé de 25 traits distants de $0^{\text{mm}},1$. Les miroirs étant réglés avec une fente étroite qu'éclaire une flamme monochromatique, je substitue le réseau à la fente, Il n'y a plus qu'à déplacer la loupe d'observation pour voir apparaître les franges très nettes et beaucoup plus brillantes qu'avec une seule fente, On peut encore faire apparaître les franges en modifiant l'angle des miroirs sans déplacer la loupe.

La condition de netteté est encore ici :

$$\frac{2ze}{\lambda} \left(1 - \frac{e}{D} \right) = K.$$

Pour

$$z = 0,0116 \quad e = 0^{\text{c}},01 \quad \theta = 26^{\text{c}},2 \quad \lambda = 5,89 \cdot 10^{-5} \text{ c.}$$

j'ai trouvé que les franges étaient nettes pour $D = 53^{\text{c}},7$ On trouve alors

$$\frac{2ze}{\lambda} \left(1 - \frac{e}{D} \right) = 1,008$$

au lieu de 1. Une deuxième apparition beaucoup moins nette était aussi visible.

CHAPITRE II

LA PARTIE UTILISÉE DE LA SOURCE LUMINEUSE VARIE D'UN POINT A UN AUTRE DU CHAMP

Examinons d'abord dans quels cas la partie utilisée de la source peut dépendre du point du champ que l'on considère.

Soit μ un point du plan focal de la lunette. Tous les rayons qui aboutissent en ce point ont passé par le point M' dont il est l'image. Mais pour qu'un rayon passant en M' puisse arriver en μ , il faut qu'il tombe sur la partie découverte de l'objectif. Imaginons un point lumineux placé en μ . Tous les rayons qu'il émet sont, après avoir traversé l'objectif, contenus dans un cône ayant M' pour sommet et pour base l'ouverture de l'objectif. Après avoir traversé l'appareil interférentiel ils vont tous percer le plan P à l'intérieur d'une certaine courbe Σ . Il est clair que réciproquement les points du plan P situés à l'intérieur de la courbe Σ pourront seuls envoyer de la lumière au point μ .

Si la courbe Σ contient à son intérieur toute la partie découverte de l'écran, ses ouvertures contribuent seules à limiter la source. Une légère déformation dans la courbe Σ , et par suite un léger déplacement du point μ , ne changera en rien la forme de la partie utilisée. Nous nous trouvons dans le cas étudié au chapitre précédent.

Si, au contraire, une portion des ouvertures de l'écran est en dehors de la courbe Σ , un déplacement de cette courbe modifiera la forme de la partie utilisée. La partie utilisée de la source dépendra donc du point μ choisi dans le plan focal. La théorie qui a été faite tombe en défaut, et nous allons voir que l'on est conduit à des résultats bien différents.

Remarquons d'abord que l'on peut substituer les points M' aux

points μ , à la condition de ne faire entrer en ligne de compte que les rayons qui aboutissent réellement au point μ . Le phénomène que verra l'observateur sur l'image de celui que nous allons étudier.

Reprenons l'expression de l'intensité au point $M'(x', y')$ du plan P' :

$$I = \iint \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta_1 + \alpha x}{\lambda} \right) dx dy.$$

Δ_1 est fonction des coordonnées x', y' . Si l'on se borne à étudier ce qui se passe aux environs immédiats du milieu O' du champ, on peut poser

$$\Delta_1 = \Delta_0 + \alpha' x'.$$

L'axe $O'y'$ est alors parallèle à la direction des franges que donnerait aux environs du point O' , un point lumineux placé en O, α' a une signification analogue à celle de α , et Δ_0 est la différence de marche des ondes envoyées par le point O au point O' ; c'est une constante.

L'intégration doit être étendue à toute la partie utilisée de la source. Le champ d'intégration dépend donc de x' et y' ; les intégrales F, G et S dépendent de ces coordonnées, et il en est de même de l'intensité. Donc les franges ne sont pas en général parallèles à l'axe $O'y'$; l'orientation des franges dépend de la forme des ouvertures.

Je me bornerai à l'étude du cas particulier le plus simple : celui d'une fente orientée d'une façon quelconque.

Prenons l'origine O des coordonnées sur la fente elle-même; soit θ l'angle qu'elle fait avec Oy .

Un de ses points, M , peut être défini par sa distance ρ à l'origine, et ses coordonnées sont alors

$$\begin{cases} x = \rho \sin \theta, \\ y = \rho \cos \theta. \end{cases}$$

Soient P_1 et P_2 les points où la courbe Σ rencontre la fente (ces points ne seront



Fig. 11.

qu'au nombre de deux dans les exemples que nous traiterons). Le segment P_1P_2 est seul utilisé. Soient

$$OP_1 = \rho_1, \quad OP_2 = \rho_2.$$

Posons en outre

$$\begin{aligned} \rho_2 - \rho_1 &= l \text{ (longueur de la partie utilisée } P_1P_2) \\ \frac{\rho_1 + \rho_2}{2} &= p \text{ (distance du point O au milieu P de } P_1P_2). \end{aligned}$$

Toutes ces quantités sont des fonctions de x' et y' .

On a alors

$$I = \int_{\rho_1}^{\rho_2} \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta_0 + \alpha'x' + \alpha y' \sin \theta}{\lambda} \right) d\rho.$$

Intégrant et mettant l en facteur :

$$(1) \quad I = l \left\{ 1 + \frac{\sin \pi \frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}}{\pi \frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}} \cos 2\pi \frac{\Delta_0 + \alpha'x' + \alpha y' \sin \theta}{\lambda} \right\}.$$

Si $\frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}$ prend une valeur un peu grande (quelques unités) le facteur

$$(2) \quad \frac{\sin \pi \frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}}{\pi \frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}}$$

devient insensible, et comme le cosinus est plus petit que 1 on a sensiblement $I = l$. L'éclairement sera en chaque point proportionnel à la longueur utilisée de la fente; il n'y aura pas de franges.

Supposons au contraire que $\frac{\alpha l \sin \theta}{\lambda}$ soit très petit. On peut confondre le facteur (2) avec l'unité. Cela arrivera lorsque l ou θ sera très petit, par suite, lorsque la fente sera peu inclinée sur Oy , ou la courbe Σ très peu étendue.

L'équation (1) devient alors

$$(3) \quad I = I \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta_0 + \alpha'x' + \alpha p \sin \theta}{\lambda} \right).$$

On a des franges complètement sombres qui ont pour équation

$$(4) \quad \Delta_0 + \alpha'x' + \alpha p \sin \theta = \left(n + \frac{1}{2} \right) \lambda.$$

Pour pouvoir pousser plus loin cette étude, il est nécessaire de calculer p en fonction de $x' y'$, ce qui va nous obliger à particulariser encore le problème.

Supposons que l'appareil interférentiel soit une lame d'air prismatique, dont l'arête soit normale au plan d'incidence. Nous négligerons l'influence d'ailleurs très faible de la lame de verre à faces parallèles qui surmonte la lame d'air.

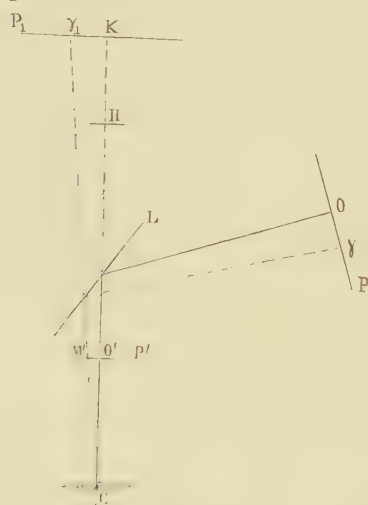


Fig. 12.

de ce cercle par rapport à L . C'est donc un cercle de même rayon et placé dans le plan P comme le premier l'est dans le plan P_1 . Les axes oy et $o'y'$ étant dans deux verticaux, le centre de Σ aura pour coordonnées

Préons le plan d'incidence pour plan de la figure. Soit L le plan moyen de la lame mince (plan bissecteur de ses faces). Le plan vertical P qui contient la fente sera placé perpendiculairement au rayon moyen envoyé par le point O au point O' .

La partie découverte de l'objectif sera un cercle de rayon R .

Soit P_1 le symétrique de P par rapport au plan L . Le cône ayant pour sommet le point M' et pour base l'ouverture de l'objectif découpe sur le plan P_1 un cercle. La courbe Σ est le symétrique,

$$\left\{ \begin{array}{l} X = x' \frac{KC}{O'C} \\ Y = y' \frac{KC}{O'C} \end{array} \right.$$

et son rayon sera

$$r = R \frac{KO'}{O'C}.$$

En posant

$$\frac{KC}{O'C} = m :$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X = mx', \\ Y = my', \end{array} \right. \quad r = (m - 1) R.$$

Le milieu de la partie utilisée $P_1 P_2$ étant le pied de la perpendiculaire abaissée du point X, Y sur la fente, on a :

$$p = X \sin \theta + Y \cos \theta = m (x' \sin \theta + y' \cos \theta).$$

L'expression de l'intensité lumineuse devient

$$I = I \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta_0 + \alpha' x' + m\alpha (x' \sin \theta + y' \cos \theta) \sin \theta}{\lambda} \right).$$

Les franges sombres sont parallèles à la droite

$$\alpha' x' + m\alpha (x' \sin \theta + y' \cos \theta) \sin \theta = 0.$$

Elles font avec $O'y'$ un angle ψ donné par l'équation

$$\operatorname{tg} \psi = - \frac{\cos \theta \sin \theta}{\sin^2 \theta + \frac{\alpha'}{m\alpha}}.$$

équation qui peut se mettre sous la forme plus simple

$$\operatorname{tg} (\psi - \theta) = - \left(1 + m \frac{\alpha}{\alpha'} \right) \operatorname{tg} \theta.$$

Nous avons déjà calculé α : Si H est le point qu'il faudrait viser pour voir nettement les franges sans employer de fente, et ε l'angle des lames, on a

$$\alpha = 2\varepsilon \frac{HO'}{KO'}.$$

Le même calcul donnerait

$$\alpha' = 2\varepsilon \frac{KH}{KO'}.$$

Donc

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{HO'}{KH}.$$

Posant

$$q = -1 + \left(\frac{KC}{O'C} \frac{HO'}{KH} \right),$$

on aura

$$(5) \quad tg(\psi - \theta) = q \, tg \, \theta.$$

Les segments KC, O'C... qui entrent dans l'expression de q ont des signes ; tous sont comptés positivement dans le sens de la propagation de la lumière.

Pour que la théorie précédente soit applicable, il faut que le rayon r du cercle Σ soit petit. Il faut donc viser à une petite distance de l'image K de la fente. On voit alors, dans le champ, une bande éclairée, image trouble de la fente, et cette bande fait, avec la verticale, l'angle θ . C'est sur elle que se détachent les franges. Si l'on visait à une grande distance du point K, les franges se troubleraient dès que l'on tournerait un tant soit peu la fente. Si même r était assez grand ou la fente assez courte, on n'observerait plus que les apparitions périodiques étudiées au chapitre précédent.

Les points O' et K étant très rapprochés l'un de l'autre, tandis qu'ils sont à une assez grande distance du point C, on peut faire $\frac{KC}{O'C} = 1$, et par suite $q = - \left(1 + \frac{HO'}{KH} \right) = - \frac{KO'}{KH}$.

En posant comme nous l'avons déjà fait $KO' = D$ $KH = c$, il vient

$$q = - \frac{c}{D}.$$

Il est bon, pour pouvoir étudier tous les cas possibles, que le point

K puisse être placé à volonté en avant ou en arrière du point H, et près de ce point. Or, le point H est la projection sur la droite O'K de l'arête de la lame prismatique. Il faut donc que cette arête soit rejetée à une certaine distance. On y arrive facilement en maintenant les deux plans de verre écartés à leurs extrémités par deux fils de platine d'inégale épaisseur, par exemple de $1/10^e$ et $1/20^e$ de millimètre.

L'équation qui lie ψ et θ ayant déjà été discutée pour les différentes valeurs de q ⁽¹⁾, il suffira d'examiner quelle est la valeur de ce coefficient pour les différentes positions des points H, K, O'.

La discussion est résumée dans le tableau suivant : la 1^{re} colonne indique les conditions de l'expérience ; la 2^{me}, la valeur de q ; la 3^{me}, une description sommaire de ce qui se passe lorsque l'on fait tourner la fente à partir de la verticale.

Conditions de l'expérience.	q .	Description du phénomène.
K est au-delà de H.	O' est au-delà de K. $q > 0$	Les franges tournent dans le même sens que la fente, et plus vite qu'elle.
	O' est entre K et H. $0 > q > -1$	Les franges tournent dans le même sens que la fente, moins vite qu'elle ; leur inclinaison passe par un maximum.
	O' se confond avec H. $q = -1$	Les franges sont toujours verticales.
	O' est en deçà de H. $q < -1$	Les franges tournent en sens inverse de la fente ; leur inclinaison passe par un maximum.
K est en deçà de H.	O' est en deçà de K. $q > 0$	Comme ci-dessus.
	O' est entre K et H. $0 > q > -1$	
	O' se confond avec H. $q = -1$	
	O' est au-delà de H. $q < -1$	
K se confond avec H.	$q = \infty$	Les franges sont normales à la fente.

Ce dernier cas est assez curieux. Lorsque la fente est verticale, on ne voit point de frange ; x' et θ sont en effet nuls, l'équation (3) donne simplement $I = I \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta_0}{\lambda} \right)$ et l'intensité est indépendante de x', y' . Cela était d'ailleurs évident a priori : la fente est, en effet, dans le plan qu'il faudrait viser pour voir nettement les franges sans employer de fente, et de plus, si elle est verticale, elle occupe la place de l'une de ces franges. Donc, tous les couples de rayons, issus d'un point quelconque et aboutissant à un point quelconque de la fente, présentent la même différence de marche. Donc, inversement, les couples de rayons issus d'un point quelconque de la fente et aboutissant en un point quelconque du champ présentent la même différence de marche.

Si l'on incline la fente, les franges apparaissent d'abord très espacées : elles vont en se resserrant, et restent toujours perpendiculaires à la fente. Lorsque la fente fait un angle θ avec oy , l'intensité a pour expression :

$$I = I \left(1 + \cos 2\pi \frac{\Delta_0 + m\alpha (x' \sin \theta + y' \cos \theta) \sin \theta}{\lambda} \right),$$

la distance deux franges consécutives est $\frac{1}{\sin \theta} \frac{\lambda}{m\alpha}$, et cette distance va bien en diminuant à mesure que θ augmente.

Pour réaliser ce cas, il suffit de pointer les franges sans employer de fente, puis de déplacer la fente jusqu'à ce qu'on en voie une image nette. Les points H et K sont alors en coïncidence.

La théorie qui précède est directement applicable aux franges fournies par les miroirs de Fresnel. Il est impossible, dans ce cas, de voir les franges en visant très près des images de la fente. Aussi, le phénomène est-il beaucoup moins net. Les conditions les moins défavorables sont les suivantes : fente très près de l'arête des miroirs, et lunette pointée à une petite distance en avant de cette arête. Si l'on fait tourner la fente d'une petite quantité, les franges subissent une légère rotation en sens inverse. Mais elles ne tardent pas à disparaître complètement.

A cette même théorie, se rattachent les phénomènes beaucoup plus simples que l'on observe avec les fentes d'Young.

Supposons le système des deux fentes placé verticalement. Si la fente éclairante est verticale aussi, les franges sont visibles à toute distance (il y a un plan de symétrie), et les franges sont verticales.

Supposons que la lunette d'observation vise la fente éclairante. Si l'on fait tourner la fente éclairante, *les franges ne se troublent pas*, mais elles tournent de manière à rester *parallèles à la fente*. Si maintenant on fait varier le tirage de la lunette, les franges se troublent : elles étaient *localisées*.

L'explication de ces phénomènes est très simple : imaginons d'abord que l'écran qui porte la double fente ait été enlevé, et que la fente éclairante soit remplacée par un simple point lumineux M. On aura, dans le plan focal de la lunette, une image nette μ de ce point.

Si nous replaçons la double fente, cette image μ s'allonge *dans le sens horizontal* seulement, et cette bande brillante sera striée de franges ayant une longueur extrêmement faible.

Le même phénomène se reproduisant pour chaque point de la fente, on verra un système de franges parallèles à la fente éclairante. La distance des franges *comptée horizontalement* est constante.

La fente éclairante peut même cesser d'être rectiligne sans que les franges cessent d'être nettes : elles sont alors courbes et de même forme que le système éclairant.

On voit qu'en somme, ce qui permet de voir nettement les franges dans ce cas, c'est que chaque point du champ ne reçoit de lumière que d'un seul point de la fente. Il n'en serait plus ainsi si l'on faisait varier le tirage de la lunette ; aussi les franges sont-elles localisées, à moins que la fente éclairante ne soit verticale.

Ces phénomènes sont très faciles à observer au moyen d'un goniomètre de Babinet : la fente éclairante est placée au foyer du

collimateur et l'écran à double fente est monté sur la plateforme centrale. Lorsque la lunette vise à l'infini, il suffit de faire tourner la fente éclairante pour voir les franges tourner du même angle.

Vu et approuvé :

Paris, le 8 Janvier 1892.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 9 janvier 1892.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

GRÉARD.

SECONDE THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Analyse spectrale ; ses applications à la chimie.

Vu et approuvé :

Paris, le 8 janvier 1892.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,

G. DARBOUX.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 9 janvier 1892.

LE VICE-RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

GRÉARD.

